

Table des matières

Préface	1
Tibi BEDA	
Remerciements	3
Avant-propos	5
Introduction	7
Partie 1. Fondements des méthodes numériques en ingénierie . .	11
Chapitre 1. Introduction aux méthodes numériques	13
1.1. Contexte et motivation	13
1.2. Objectifs des méthodes numériques	14
1.3. Principe général des méthodes numériques	14
1.4. Classification des méthodes numériques.	15
1.5. Convergence, stabilité et précision	16
1.5.1. La convergence	16
1.5.2. La stabilité	17
1.5.3. La précision	18
1.6. Domaines d'application	19
1.7. Rôle des méthodes numériques dans l'ingénierie moderne.	19
1.8. Conclusion	21

Chapitre 2. Présentation et description

des méthodes numériques	23
2.1. Méthode des éléments finis (MEF)	24
2.1.1. Description	24
2.1.2. Principe de la méthode	26
2.2. Les méthodes d'identification	26
2.2.1. Problématique d'identification	27
2.2.2. Compromis	27
2.2.3. Exemples de méthodes d'identification	28
2.3. Les méthodes d'identification graphiques	34
2.3.1. Le diagramme de Bode	34
2.3.2. Le diagramme de Tibi	35
2.3.3. La méthode Beda-Chevalier	35
2.4. Les méthodes d'optimisation	37
2.4.1. Présentation	37
2.4.2. Les différentes catégories d'optimisation	38
2.5. Les algorithmes d'optimisation	39
2.5.1. Les algorithmes génétiques	40
2.5.2. Les essaims de particules	40
2.5.3. Le recuit simulé	41
2.5.4. Les colonies de fourmis	41
2.6. Conclusion	42

Chapitre 3. Approximation par éléments finis 43

3.1. Approximation du champ inconnu à partir des valeurs nodales associées au maillage	44
3.2. Méthode d'approximation par éléments finis (MEF)	46
3.3. Géométrie des éléments	46
3.3.1. Règles de partition	47
3.3.2. Formes d'éléments classiques	47
3.4. Éléments de référence	53
3.5. Formes d'éléments de référence	54
3.5.1. Élément de référence à une dimension	54
3.5.2. Élément de référence à deux dimensions	54
3.5.3. Élément de référence à trois dimensions	55
3.6. Approximation sur un élément de référence	56
3.6.1. Propriétés d'approximation de la fonction $u(x)$	57
3.6.2. Continuité sur l'élément	57
3.6.3. Continuité entre éléments	57

3.6.4. Fonctions d'interpolation polynomiales complètes	58
3.7. Construction des fonctions $\langle N(\mathcal{E}) \rangle, \langle \bar{N}(\mathcal{E}) \rangle$	59
3.7.1. Choix de la base polynomiale	59
3.7.2. Relation entre fonctions généralisées et fonctions nodales	61
3.7.3. Expressions de N et $\bar{N}$	61
3.7.4. Dérivation de la fonction $u(x)$	62
3.7.5. Propriétés des fonctions N et $\bar{N}$	63
3.8. Transformation des opérateurs de dérivation	64
3.8.1. Calcul des termes de J	65
3.8.2. Transformation d'une intégrale (rappel mathématique)	65
3.9. Évaluation des fonctions N , de leurs différentielles et de leur jacobienne $[J]$	67
3.10. Erreur d'approximation sur un élément.	68
3.10.1. Cas où $e(X)$ est différent de zéro	68
3.10.2. Construction des fonctions $N(\mathcal{E})$ d'un élément quadrilatéral isoparamétrique à quatre nœuds	71
3.10.3. Choix de la base polynomiale	71
3.10.4. Calcul de $\langle N \rangle$	72
3.10.5. Évaluation de $u(x, y)$ sur chaque élément	74
3.10.6. Différents types d'éléments	76
3.11. Élément à une dimension	77
3.11.1. Élément linéaire	77
3.11.2. Élément de haute précision de type Lagrange	77
3.11.3. Élément de haute précision de type Hermite	77
3.11.4. Éléments généraux	78
3.12. Élément à deux dimensions : éléments triangulaires	79
3.12.1. Élément linéaire (3 nœuds, C^0 , isoparamétrique).	79
3.12.2. Élément de type Lagrange	80
3.12.3. Élément curviligne	80
3.12.4. Polynôme complet d'ordre r	80
3.13. Conclusion	81

Partie 2. Formulations et discrétisation des problèmes. 83

Chapitre 4. La formulation intégrale 85

4.1. Classification des systèmes physiques	86
4.1.1. Types de problèmes rencontrés	87
4.1.2. Méthode de résidus pondérés	92

4.1.3. Formes intégrales	92
4.1.4. Transformation des formes intégrales : intégration par parties	92
4.2. Fonctionnelles (fonctions à variables : fonctions et dérivées de fonctions)	94
4.2.1. Fonctionnelle associée à une forme intégrale.	95
4.2.2. Principe de stationnarité	96
4.3. Discrétisation de formes intégrales : MEF.	96
4.3.1. Choix des fonctions de pondération	98
4.3.2. Discrétisation d'une fonctionnelle : méthode de Ritz	100
4.4. Méthode de la formulation intégrale	106
4.4.1. Vibrations longitudinales	106
4.4.2. Vibrations transversales	107
4.4.3. Méthode énergétique : cas des vibrations longitudinales	111
4.5. Conclusion	113

Chapitre 5. Présentation matricielle de la MEF 115

5.1. Discrétisation des formes intégrales : MEF	116
5.2. Approximation sur chaque élément V^e	116
5.2.1. Condition de convergence	119
5.2.2. Patch test	119
5.3. Formes élémentaires discrétisées W^e	119
5.3.1. Expression matricielle de W^e	119
5.3.2. Techniques de calcul des matrices élémentaires triangulaires	122
5.4. Assemblage de la forme globale discrétisée W	123
5.4.1. Expression des matrices élémentaires	123
5.4.2. Assemblage en mécanique des structures	126
5.5. Méthodes de stockage de matrice	126
5.5.1. Matrice pleine ($m \times n$)	126
5.5.2. Matrice bande ($m \times n$)	127
5.5.3. Matrice à ligne de ciel (plus efficace)	127
5.6. Système d'équations global	128
5.7. Introduction des conditions aux limites	129
5.7.1. Méthodes du terme diagonal dominant	129
5.7.2. Le terme unité sur la diagonale	129
5.7.3. Méthode de suppression des équations (méthode très utilisée en vibration de structure)	130

5.7.4. Exemple 1 : expression matricielle de W^e (équation de Poisson)	130
5.7.5. Exemple 2 : intégration sur la frontière	131
5.7.6. Exemple 3 : expression discrétisée de W^e	132
5.7.7. Exemple 4 : transformation de $[B]$	132
5.7.8. Exemple 5 : continuité d'un élément.	133
5.8. Conclusion	143

Partie 3. Techniques numériques avancées. 145

Chapitre 6. Techniques d'identification numériques 147

6.1. Intégration numérique.	148
6.2. Intégration numérique à une dimension	151
6.2.1. Méthode de Gauss	151
6.2.2. Méthode de Newton-Cotes	153
6.2.3. Intégration numérique à deux dimensions	154
6.2.4. Résolution des systèmes d'équations linéaires	156
6.2.5. Méthode d'élimination de Gauss	156
6.3. Résolution de systèmes non linéaires.	163
6.3.1. Méthode de substitution	164
6.3.2. Méthode de Newton-Raphson	164
6.4. Les méthodes d'identification	165
6.4.1. La méthode des moindres carrés	165
6.4.2. La méthode de Levenberg-Marquardt	171
6.5. Conclusion	173

Chapitre 7. Les méthodes d'optimisation 175

7.1. Les types de méthodes d'optimisation	175
7.1.1. Les méthodes déterministes	175
7.1.2. Les algorithmes évolutionnaires : description générale.	176
7.2. Les algorithmes génétiques	177
7.2.1. Présentation des algorithmes génétiques (AG).	177
7.2.2. Le but d'un algorithme génétique	178
7.2.3. Codage et population initiale	178
7.2.4. Les opérateurs	178

7.2.5. Opérateur de sélection	179
7.2.6. Opérateur de croisement	179
7.2.7. Opérateur de mutation	179
7.2.8. Autres paramètres	180
7.2.9. Implémentation des algorithmes génétiques	181
7.2.10. Avantages et limites des algorithmes génétiques	184
7.3. La méthode des essais de particules	185
7.3.1. Principes de la méthode	185
7.3.2. Stratégie de recherche et de déplacement d'une particule	185
7.3.3. Configuration	186
7.3.4. Description algorithmique de la PSO	189
7.3.5. Avantages et limites de la PSO	191
7.4. Conclusion	191

Chapitre 8. Applications et études de cas 193

8.1. Application de la MEF aux problèmes de mécanique de structure : cas d'un portique symétrique simple	193
8.1.1. Solution	194
8.2. Cas des vibrations harmoniques avec pulsation	195
8.2.1. Équilibre de forces	196
8.2.2. Exemple de résolution de cette équation transcendante dans le cas où $k = 0$ (sans ressort)	196
8.3. Application des moindres carrés pour l'identification des paramètres rhéologiques	197
8.3.1. Solution	197
8.4. Application de la méthode du diagramme de Tibi dans la modélisation du comportement viscoélastique des élastomères	202
8.4.1. Questions	203
8.4.2. Solutions	203
8.5. Application des algorithmes génétiques dans l'optimisation du comportement des matériaux hyperélastiques	208
8.5.1. Définition des paramètres initiaux	209
8.5.2. Évaluation et sélection	210
8.5.3. Croisement	211
8.5.4. Mutation	212
8.5.5. Élitisme	212
8.6. Application des essais des particules dans l'optimisation du comportement des matériaux hyperélastiques	213
8.6.1. Solution	214

Conclusion	217
Liste des symboles	219
Bibliographie	223
Index	231