

Table des matières

Avant-propos	1
Chapitre 1. La symétrie en mathématiques	5
1.1. Symétrie et théorie des nombres	5
1.2. Symétrie et polynômes	7
1.2.1. Les polynômes symétriques	7
1.2.2. Les polynômes réciproques ou palindromes	8
1.3. Symétrie, algèbre et analyse	9
1.3.1. La symétrie en algèbre	9
1.3.2. La symétrie en analyse	11
1.3.2.1. La symétrie en analyse réelle	11
1.3.2.2. La symétrie en analyse complexe	14
1.3.3. Ensembles et probabilités	15
1.3.3.1. Ensembles et différence symétrique	15
1.3.3.2. Théorie des probabilités	16
1.4. Symétrie et géométrie	18
1.4.1. Solides platoniciens et théorie des groupes	18
1.4.2. L'erreur képlérienne	19
1.4.3. Polyèdres et cristaux	21
1.5. La symétrie et les groupes d'automorphismes du plan et de l'espace . .	22
1.6. Retour sur les polyèdres : leur utilité technologique	24
Chapitre 2. La symétrie dans les phénomènes physiques	25
2.1. Les groupes de Curie	25
2.2. Géométrie et physique au XX^e siècle	27

2.2.1. La théorie de la relativité	27
2.2.2. La théorie de l'électron relativiste de P.A.M. Dirac	29
Chapitre 3. Les théories de jauge	33
3.1. Les êtres mathématiques associés aux grandeurs mesurées	33
3.2. Lois de conservation et théories de jauge	35
3.2.1. Conservation de l'énergie	36
3.2.2. Conservation de la quantité de mouvement	36
3.2.3. Conservation du moment cinétique	36
3.3. Importance et limites de la symétrie	40
3.4. Variétés, physique et symétrie	42
3.4.1. Nombre d'intersection d'une variété	43
3.4.2. La conjecture de Poincaré	44
3.4.3. La méthode de Freedman	44
3.4.4. L'anse de Casson	45
3.4.5. Le travail de Donaldson	45
3.4.6. Les équations de Seiberg-Witten	47
3.4.7. Conclusion : la topologie des variétés de petites dimensions	47
3.5. Théories de jauge et réduction de la physique à la géométrie	48
3.5.1. Fibrés et connexions	48
3.5.2. Application à la physique	49
3.5.3. Simplifications et nouveaux paradigmes	51
Chapitre 4. L'équation de Majorana et ses conséquences	53
4.1. Introduction	53
4.2. Retour sur l'équation de Dirac	54
4.3. L'équation de Majorana	56
4.4. Majorana aujourd'hui	59
4.5. Considérations philosophiques	63
Chapitre 5. Symétries et invariances en sciences sociales	67
5.1. La notion physique de « champ »	68
5.2. Les champs physiques et la théorie des groupes	70
5.3. La réalité et ses différents champs	74
5.3.1. L'objectivité des découpages	74
5.3.2. Les différents champs de réalités	75
5.3.3. Philosophie et théorie des groupes	77
5.3.4. Les symétries en biologie et dans les sciences cognitives	84

5.3.5. Symétrie, dissymétrie et asymétrie en sciences sociales	86
5.3.6. L'alternative en philosophie	93
5.4. Lois de conservation	94
5.5. Conclusion	96

Chapitre 6. L'équation du monde 97

6.1. Nature et forme de l'espace et du temps	98
6.2. La mathématique de l'univers et les contraintes de l'unification	99
6.3. La théorie des cordes et la fin d'une conception unique de la nature . .	101
6.3.1. La théorie M	101
6.3.2. Les premiers moments de l'univers	102
6.3.3. La fin des singularités	103
6.3.4. Avant le temps de Planck	103
6.3.5. Conséquences épistémologiques	104
6.4. Monde et univers	106
6.5. L'équation du monde	109
6.5.1. Les théories philosophiques du tout	110
6.5.1.1. L'équation de Spinoza	111
6.5.1.2. Les principes de Fichte	111
6.5.1.3. La formule de l'Absolu de Wroński	111
6.5.2. L'interrogation contemporaine et la logique équationnelle	112
6.6. Conclusion	114

Chapitre 7. La mathématique des formes naturelles 117

7.1. Contraintes de l'espace et formes cristallines	118
7.2. Les lois d'échelles	120
7.3. Le projet d'une théorie mathématique des formes vivantes	122
7.4. Quelques travaux révélateurs	124
7.4.1. La mathématique implicite des êtres unicellulaires	125
7.4.2. La mathématique des agrégats cellulaires	126
7.4.2.1. Les ruches des abeilles	126
7.4.2.2. Le problème des radiolaires	127
7.4.3. La spirale dans la nature	127
7.5. Arbres et structures d'ordre	128
7.5.1. Morphologie des arbres	130
7.5.2. La croissance des arbres	131
7.6. Algèbre cylindrique : de l'ananas au tournesol et à la pomme de pin . .	133
7.6.1. Le treillis cylindrique	134
7.6.2. Homéomorphismes naturels : un retour à Leibniz ?	134

7.7. De la forme à la couleur : savon, zèbres, girafes et papillons	134
7.8. Conclusion	136

Chapitre 8. La morphogénèse : de la science à l'histoire 139

8.1. Le modèle de la croissance des cristaux	141
8.1.1. La croissance théorique des cristaux classiques	142
8.1.2. Le problème des cristaux réels	143
8.1.3. Le cas des cristaux liquides	144
8.1.4. Pseudomorphose et histoire : une transposition du modèle en sciences humaines	145
8.2. Le végétal et la pensée	146
8.2.1. Quelques considérations sur la morphogénèse végétale	146
8.2.2. La morphogénèse végétale et la philosophie	148
8.3. La morphogénèse embryologique et l'histoire	150
8.3.1. Les grandes étapes de l'embryologie animale	151
8.3.2. Le modèle embryologique dans la culture	153
8.4. De la biologie à la géographie et retour	155
8.4.1. La question de la longueur des côtes	155
8.4.1.1. Les fonctions sans dérivées	155
8.4.1.2. La notion de dimension fractale	158
8.4.2. Croissance et diffusion en géographie	160
8.4.3. La notion de « paysage épigénétique »	163
8.5. Conclusion	165

Chapitre 9. L'asymétrie du temps et le vieillissement 167

9.1. Les théories du vieillissement	168
9.2. Discussion	170
9.3. Les conditions mathématiques	174
9.4. Le théorème de Noether et sa transposition possible	176
9.5. Applications à la biologie	180
9.6. Regard sur l'avenir	182

Conclusion 185

Bibliographie 187

Index 209