

# Table des matières

|                                                                              |    |
|------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Avant-propos</b> . . . . .                                                | 1  |
| <b>Chapitre 1. Introduction à l'optimisation en mécanique</b> . . . . .      | 5  |
| 1.1. Introduction. . . . .                                                   | 5  |
| 1.2. Les problèmes de dynamique générale. . . . .                            | 6  |
| 1.2.1. Méthodes des éléments finis . . . . .                                 | 8  |
| 1.2.2. Méthode de superposition modale . . . . .                             | 9  |
| 1.2.3. Intégration directe. . . . .                                          | 11 |
| 1.2.3.1. Méthode de Newmark . . . . .                                        | 11 |
| 1.2.3.2. Méthode $\theta$ Wilson . . . . .                                   | 12 |
| 1.3. Optimisation des structures . . . . .                                   | 13 |
| 1.3.1. Optimisation de conception . . . . .                                  | 14 |
| 1.3.2. Optimisation de forme . . . . .                                       | 14 |
| 1.3.3. Optimisation topologique . . . . .                                    | 15 |
| 1.3.4. Définitions et formulation d'un problème d'optimisation . . . . .     | 17 |
| 1.4. Structures aux paramètres incertains . . . . .                          | 19 |
| 1.4.1. Simulation de Monte Carlo . . . . .                                   | 20 |
| 1.4.2. Méthode analytique. . . . .                                           | 20 |
| 1.4.3. Méthode des éléments finis stochastiques. . . . .                     | 21 |
| 1.4.4. Méthode de la « logique floue » . . . . .                             | 22 |
| 1.4.5. Étude bibliographique des méthodes de fiabilité. . . . .              | 22 |
| 1.4.5.1. Technique de simulation . . . . .                                   | 23 |
| 1.4.5.2. Méthode analytique . . . . .                                        | 24 |
| 1.4.6. Étude bibliographique des méthodes d'optimisation fiabiliste. . . . . | 28 |
| 1.5. Conclusion . . . . .                                                    | 31 |

## Chapitre 2. Méthodes de synthèse modale et d'optimisation fiabiliste

|                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|----|
|                                                                                         | 33 |
| 2.1. Introduction . . . . .                                                             | 33 |
| 2.2. État de l'art des méthodes de synthèse modale . . . . .                            | 33 |
| 2.2.1. Introduction . . . . .                                                           | 33 |
| 2.2.2. Méthode de réduction du modèle pour des systèmes<br>en élastodynamique . . . . . | 34 |
| 2.2.3. Méthode à interface fixe (Craig Bampton) . . . . .                               | 35 |
| 2.2.4. Réduction des degrés de liberté de jonction . . . . .                            | 37 |
| 2.3. Couplage des méthodes de synthèse modale et RBDO . . . . .                         | 39 |
| 2.4. Application numérique . . . . .                                                    | 40 |
| 2.4.1. Plaque en L encastrée aux extrémités . . . . .                                   | 40 |
| 2.4.2. Analyse des résultats . . . . .                                                  | 43 |
| 2.4.3. Une bielle en vibration . . . . .                                                | 44 |
| 2.4.4. Application : réduction de modèle transitoire . . . . .                          | 47 |
| 2.5. Conclusion . . . . .                                                               | 50 |

## Chapitre 3. Méthodes de synthèse modale et méthodes des éléments finis stochastiques.

|                                                            |    |
|------------------------------------------------------------|----|
|                                                            | 51 |
| 3.1. Introduction. . . . .                                 | 51 |
| 3.2. Problèmes dynamiques linéaires . . . . .              | 52 |
| 3.2.1. Équations du mouvement . . . . .                    | 52 |
| 3.2.2. Résolution en régime transitoire . . . . .          | 53 |
| 3.2.3. Résolution en régime harmonique . . . . .           | 54 |
| 3.2.3.1. Calcul direct. . . . .                            | 54 |
| 3.2.3.2. Calcul par superposition modale. . . . .          | 55 |
| 3.2.4. Intégration directe. . . . .                        | 55 |
| 3.2.4.1. Méthode de Newmark . . . . .                      | 55 |
| 3.2.4.2. Méthode $\theta$ Wilson . . . . .                 | 57 |
| 3.3. Méthodes de synthèse modale. . . . .                  | 58 |
| 3.3.1. Introduction . . . . .                              | 58 |
| 3.3.2. Technique d'assemblage des sous-structures. . . . . | 60 |
| 3.3.3. Méthode à interface fixe . . . . .                  | 61 |
| 3.3.4. Méthode à interface libre de Mac Neal . . . . .     | 64 |
| 3.3.5. Méthode à interface libre . . . . .                 | 67 |
| 3.3.6. Méthode hybride . . . . .                           | 69 |
| 3.3.7. Réduction des DDL de jonction . . . . .             | 70 |
| 3.4. Méthodes des éléments finis stochastiques . . . . .   | 72 |
| 3.4.1. Introduction . . . . .                              | 72 |

|                                                                        |    |
|------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.4.2. Discrétisation des champs aléatoires. . . . .                   | 73 |
| 3.4.2.1. Méthode de discrétisation des points moyens . . . . .         | 73 |
| 3.4.2.2. Méthode de discrétisation de la moyenne spatiale . . . . .    | 73 |
| 3.4.2.3. Méthode de discrétisation par fonction de forme . . . . .     | 74 |
| 3.4.2.4. Méthode de discrétisation de l'estimation linéaire optimale . | 74 |
| 3.4.3. Méthodes de calcul des moments. . . . .                         | 74 |
| 3.4.3.1. Simulation de Monte Carlo . . . . .                           | 75 |
| 3.4.3.2. Méthodes de perturbation . . . . .                            | 75 |
| 3.4.3.3. Méthode de Neumann . . . . .                                  | 79 |
| 3.4.3.4. Projection sur un chaos polynomial . . . . .                  | 81 |
| 3.5. Conclusion . . . . .                                              | 84 |

## Chapitre 4. Fatigue et optimisation fiabiliste

|                                                                                              |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>des structures soumises à des vibrations aléatoires . . . . .</b>                         | <b>85</b> |
| 4.1. Introduction. . . . .                                                                   | 85        |
| 4.2. Analyse de l'endommagement par fatigue . . . . .                                        | 86        |
| 4.2.1. Formulations et développements . . . . .                                              | 86        |
| 4.2.2. Stratégie de l'analyse de l'endommagement par fatigue . . . . .                       | 89        |
| 4.3. Méthodes d'optimisation fiabiliste appliquées aux structures<br>en vibrations . . . . . | 90        |
| 4.3.1. Optimisation déterministe . . . . .                                                   | 90        |
| 4.3.2. <i>Reliability-Based Design Optimization</i> (RBDO) . . . . .                         | 91        |
| 4.3.2.1. Approche classique. . . . .                                                         | 92        |
| 4.3.2.2. Méthode hybride . . . . .                                                           | 93        |
| 4.3.2.3. <i>Optimum Safety Factor</i> (OSF) . . . . .                                        | 95        |
| 4.3.2.4. Méthode hybride robuste ( <i>Robust Hybrid Method</i> (RHM)) .                      | 97        |
| 4.3.3. Optimisation fiabiliste et vibrations . . . . .                                       | 100       |
| 4.3.3.1. Description du problème . . . . .                                                   | 100       |
| 4.3.3.2. Procédures des méthodes DDO et RBDO . . . . .                                       | 101       |
| 4.4. Applications . . . . .                                                                  | 102       |
| 4.4.1. Description du problème. . . . .                                                      | 102       |
| 4.4.2. Résultats et discussion . . . . .                                                     | 106       |
| 4.5. Conclusion . . . . .                                                                    | 110       |

## Chapitre 5. Optimisation et mise en forme . . . . . 111

|                                                                                            |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.1. Introduction. . . . .                                                                 | 111 |
| 5.2. Différentes approches d'optimisation des procédés . . . . .                           | 111 |
| 5.3. Caractérisation des procédés de mise en forme<br>par des fonctions objectifs. . . . . | 115 |

|                                                                              |     |
|------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.4. Optimisation déterministe et probabiliste d'un tube en T . . . . .      | 115 |
| 5.4.1. Choix de la fonction objectif et définition des contraintes . . . . . | 117 |
| 5.4.1.1. Choix des paramètres incertains . . . . .                           | 118 |
| 5.4.1.2. Construction de la fonction objectif et des contraintes . . . . .   | 119 |
| 5.4.2. Formulation déterministe du problème d'optimisation . . . . .         | 121 |
| 5.4.3. Formulation probabiliste du problème d'optimisation . . . . .         | 124 |
| 5.4.4. Sensibilité des optimums aux incertitudes . . . . .                   | 131 |
| 5.5. Optimisation déterministe et fiable d'un tube                           |     |
| avec deux zones d'expansion . . . . .                                        | 133 |
| 5.5.1. Formulation déterministe du problème d'optimisation . . . . .         | 138 |
| 5.5.2. Formulation fiable d'un tube du problème d'optimisation . . . . .     | 138 |
| 5.5.3. Résultats numériques . . . . .                                        | 141 |

## Chapitre 6. Optimisation fiable et FSI . . . . . 143

|                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------|-----|
| 6.1. Introduction . . . . .                                   | 143 |
| 6.2. Optimisation fiable en mécanique . . . . .               | 144 |
| 6.2.1. Optimisation déterministe . . . . .                    | 144 |
| 6.2.2. Différentes approches de la RBDO . . . . .             | 145 |
| 6.2.3. Approche classique . . . . .                           | 147 |
| 6.2.4. Approche hybride . . . . .                             | 147 |
| 6.2.5. Approche hybride fréquentielle . . . . .               | 151 |
| 6.2.6. Formulation du problème d'optimisation . . . . .       | 151 |
| 6.2.7. Cas de distribution normale . . . . .                  | 151 |
| 6.2.8. Cas de distribution log-normale . . . . .              | 152 |
| 6.3. Méthode du point le plus sûr (SP) . . . . .              | 153 |
| 6.3.1. Formulation du problème . . . . .                      | 153 |
| 6.3.2. Cas d'une distribution normale . . . . .               | 153 |
| 6.3.3. Cas d'une distribution log-normale . . . . .           | 154 |
| 6.3.4. Implémentation de l'approche SP . . . . .              | 155 |
| 6.4. Simulation numérique . . . . .                           | 157 |
| 6.4.1. Calcul de la fiabilité pour une aile d'avion . . . . . | 157 |
| 6.4.1.1. Étude probabiliste . . . . .                         | 157 |
| 6.4.1.2. Étude fiable . . . . .                               | 158 |
| 6.4.2. Application de la RBDO à l'aile d'avion . . . . .      | 158 |
| 6.4.2.1. Analyse aérodynamique de l'aile ONERA M6 . . . . .   | 161 |
| 6.4.2.2. Analyse aéroélastique de l'aile ONERA M6 . . . . .   | 165 |
| 6.4.2.3. Optimisation fiable de conception . . . . .          | 167 |
| 6.4.2.4. Résultats et discussion . . . . .                    | 170 |

|                                                                                                      |                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| <b>Chapitre 7. Optimisation fiabiliste d'implant dentaire . . . . .</b>                              | <b>175</b>     |
| 7.1. Introduction. . . . .                                                                           | 175            |
| 7.2. Approche stochastique . . . . .                                                                 | 176            |
| 7.2.1. Méthode de Monte Carlo . . . . .                                                              | 176            |
| 7.2.2. Méthode du Chaos polynomial généralisé (CPG) . . . . .                                        | 177            |
| 7.3. Optimisation de conception déterministe (DDO). . . . .                                          | 179            |
| 7.4. Optimisation fiabiliste de conception déterministe (RBDO) . . . . .                             | 179            |
| 7.4.1. Méthode classique . . . . .                                                                   | 180            |
| 7.4.2. Facteur de sécurité optimal (OSF) utilisant<br>le Chaos polynomial généralisé (CPG) . . . . . | 181            |
| 7.5. Résultat numérique . . . . .                                                                    | 184            |
| 7.5.1. Implant dentaire 2D. . . . .                                                                  | 184            |
| 7.5.1.1. Analyse probabiliste . . . . .                                                              | 186            |
| 7.5.1.2. RBDO utilisant le Chaos polynomial généralisé (CPG) . . .                                   | 187            |
| 7.6. Conclusion . . . . .                                                                            | 190            |
| <br><b>Annexe 1. Distribution binomiale . . . . .</b>                                                | <br><b>191</b> |
| <br><b>Annexe 2. Distribution géométrique . . . . .</b>                                              | <br><b>193</b> |
| <br><b>Annexe 3. Distribution de Poisson . . . . .</b>                                               | <br><b>195</b> |
| <br><b>Annexe 4. Distribution exponentielle . . . . .</b>                                            | <br><b>197</b> |
| <br><b>Annexe 5. Distribution normale . . . . .</b>                                                  | <br><b>199</b> |
| <br><b>Annexe 6. Distribution log-normale . . . . .</b>                                              | <br><b>203</b> |
| <br><b>Annexe 7. Distribution de Weibull . . . . .</b>                                               | <br><b>207</b> |
| <br><b>Annexe 8. Distribution de Pareto . . . . .</b>                                                | <br><b>211</b> |
| <br><b>Annexe 9. Distribution des valeurs extrêmes. . . . .</b>                                      | <br><b>213</b> |

|                                                           |            |
|-----------------------------------------------------------|------------|
| <b>Annexe 10. Distributions asymptotiques . . . . .</b>   | <b>215</b> |
| <b>Annexe 11. Introduction à l'optimisation . . . . .</b> | <b>221</b> |
| <b>Annexe 12. Notion de statistiques . . . . .</b>        | <b>233</b> |
| <b>Bibliographie . . . . .</b>                            | <b>247</b> |
| <b>Index . . . . .</b>                                    | <b>261</b> |