

Introduction

Lorsque Napoléon demanda à Laplace pourquoi son traité de cosmologie ne mentionnait pas Dieu, celui-ci lui répondit « Sire, je n'ai pas eu besoin de cette hypothèse ». À la fin du XIX^e siècle, les physiciens pensaient avoir fait le tour de la physique et celle-ci était considérée purement déterministe. Pourtant, il y avait une petite ombre au tableau, mais ils pensaient que cela serait rapidement résolu pendant le siècle suivant. En effet, l'expérience sur les fentes de Young, maintenant très célèbre, était restée un peu dans les oubliettes. La problématique rencontrée était que, selon les conditions de l'expérience, la lumière se comporte, soit comme une particule, soit comme une onde et on n'avait pas d'explication à cela à cette époque.

Grâce à Planck, Einstein, Bohr, Heisenberg, Pauli, Dirac, Schrödinger et Born, la mécanique quantique est née dans les années 1920. Celle-ci dit principalement qu'à l'échelle subatomique, on ne peut connaître la position d'une particule avec une très grande précision, mais seulement sa probabilité de présence, et le déterminisme a alors fait place à l'incertitude. Peu abordée dans les programmes d'enseignement, elle est pourtant quotidiennement présente dans notre vie. Elle alimente le doute qui nous met mal à l'aise, et nous cherchons tous à la réduire ou mieux, à l'éliminer. Nous surveillons les prévisions météorologiques même si nous savons que le temps est notoirement imprévisible et que les prévisions sont assez souvent inexactes.

Dans l'industrie, on parle plus couramment de sûreté de fonctionnement. Cette discipline, qui a acquis ce nom et sa forme actuelle principalement au cours du dernier demi-siècle et dans les secteurs de la défense, de l'aéronautique, de l'espace, du nucléaire, puis des télécommunications et des transports, est désormais utile, voire indispensable, à tous les secteurs de l'industrie et même dans d'autres activités. Le but qui impose le recours à la sûreté de fonctionnement est plus reconnaissable sous le terme de « maîtrise des risques ». La sûreté de fonctionnement est, selon Alain Villemeur (Villemeur 1988), « l'aptitude d'une entité à satisfaire à une ou plusieurs fonctions requises dans

des conditions données ». Elle englobe principalement quatre composantes : la **fiabilité**, la **maintenabilité**, la **disponibilité** et la **sécurité**.

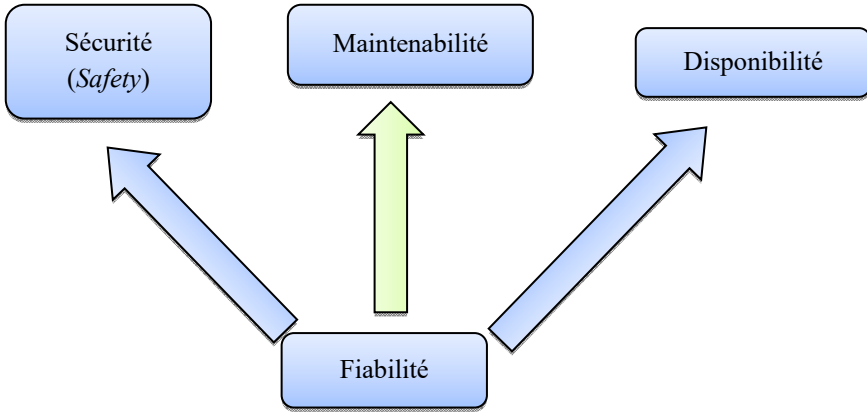


Figure I.1. Différentes analyses en sûreté de fonctionnement

La **fiabilité** est ainsi la base quantitative des 3 autres analyses de la sûreté de fonctionnement. Elle peut elle-même se diviser en 3 niveaux distincts en fonction des phases du cycle de vie du système. Celui-ci peut être illustré de façon synthétique par la figure I.2.

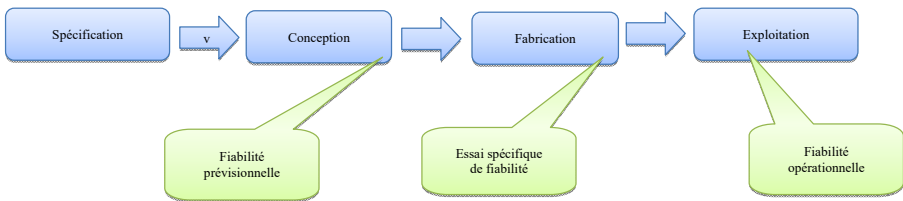


Figure I.2. Différents types de fiabilité et leur positionnement dans le cycle de vie d'un système

La **maintenabilité** d'un système est aussi un paramètre majeur. Bien sûr, elle n'a de sens que pour les systèmes soumis à des actes de maintenance. Elle ne dépend pas directement de la fiabilité (raison de la flèche verte sur la figure I.1). Pour qu'un système soit maintenu de façon optimale, il est d'abord indispensable que le stock de rechange soit en adéquation avec le nombre de défaillances du système. Ainsi, nous verrons que l'estimation du « bon » nombre de systèmes en stock peut s'évaluer à partir du niveau de fiabilité.

La **disponibilité** d'un système est un paramètre critique pour de nombreuses applications industrielles telles que l'aéronautique, le domaine ferroviaire, la production et la distribution d'énergie, etc. Elle représente l'aptitude d'un système à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données, à un instant donné. Elle dépend de la fiabilité du système, mais aussi de sa capacité à être réparé. Les temps de réparation sont généralement aléatoires.

La **sécurité**, plus communément désignée par *Safety* dans certains domaines industriels, est l'aptitude d'un produit à respecter, pendant toutes les phases de vie d'un dispositif, un niveau acceptable de risque d'accident susceptible de causer une agression du personnel ou une dégradation majeure du produit ou de son environnement. Elle se décompose généralement en une analyse des modes de défaillances et de leurs effets, et en une estimation de la probabilité d'occurrence de certains événements redoutés et spécifiés par le donneur d'ordre.

Les auteurs, bien que travaillant dans des domaines industriels parfois différents, ont très souvent rencontré des erreurs méthodologiques, des confusions dans les paramètres majeurs de ces différents domaines de sûreté de fonctionnement. Par exemple, le taux de défaillance fait souvent référence comme indicateur clé de fiabilité notamment sur Internet, alors que son usage pratique est restreint à quelques applications industrielles telles que le spatial ou certaines applications militaires (missiles). Il est aussi possible que, pour un composant de nouvelle génération, des essais de fiabilité soient réalisés sur bancs de test de manière à vérifier que sa fiabilité intrinsèque est bien celle attendue. Mais ces essais sont rares, car ils demandent du temps et ont un coût important. L'effet de la maintenance, présente dans la plupart des applications industrielles, est bien souvent oublié alors qu'il joue un rôle fondamental sur la fiabilité d'un système opérant.

Bien sûr, il existe de nombreux ouvrages détaillant de façon très rigoureuse les méthodes théoriques pour aborder ces différents thèmes, mais ils restent souvent très académiques et difficiles à maîtriser dans le domaine industriel. De plus, on a souvent affaire à des équations théoriques qui n'ont pas de solutions explicites. Dans certains cas, des solutions numériques existent, mais elles peuvent présenter certains problèmes tels que des résultats incohérents, sans vraiment s'en rendre compte, et elles ne permettent pas de savoir directement quels sont les paramètres qui interviennent sur la variable d'intérêt.

Certains scientifiques de renom ont toutefois souvent découvert des théories révolutionnaires simplement par des expériences de pensée, ceci bien avant que celles-ci ne soient vérifiées de façon expérimentale. Par conséquent, il paraît assez légitime de désirer simuler des événements aléatoires tels que des instants de défaillance, de réparation ou plus généralement d'apparition du fait redouté ou espéré, sous l'hypothèse de distributions de probabilité. Les **simulations de Monte-Carlo** peuvent alors être un outil efficace pour résoudre les différentes problématiques évoquées.

L'objectif de cet ouvrage, dans un contexte industriel de sûreté de fonctionnement, est donc double :

- proposer les solutions théoriques adaptées aux problématiques rencontrées ;
- présenter les simulations de Monte-Carlo correspondantes lorsque les solutions explicites ne sont pas disponibles, ou pour vérifier les approximations théoriques ou calculs numériques proposés.

Conformément à la figure I.1, la structure de l'ouvrage sera composée de quatre parties distinctes. Pour chacune d'entre elles, nous exposerons l'analyse théorique pour les systèmes exploités sans maintenance, ainsi qu'une analyse théorique et des simulations de Monte-Carlo pour les systèmes avec maintenance. Si une solution explicite existe, nous utiliserons uniquement celle-ci. Si en revanche, seule une solution numérique est possible, nous utiliserons alors des simulations afin de corroborer le résultat obtenu. Enfin, si aucune solution analytique n'est possible, soit parce qu'elle n'existe pas, soit parce qu'elle ne nous est pas connue, nous utiliserons systématiquement des simulations, soit par la méthode d'inversion de la probabilité de défaillance, soit par la méthode du rejet lorsque la fonction réciproque n'a pas d'expression explicite. Les simulations sont, soit créées en code Python, soit réalisées à l'aide des logiciels « Weibull++ » ou « BlockSim » de la marque ReliaSoft®.

Nous commençons avec la [partie 1](#) sur la fiabilité, car s'il existe un domaine où l'incertitude est bien présente, c'est celui de la fiabilité. On a beau bien connaître la physique de la technologie utilisée, les instants de défaillance des entités technologiques mises en essai ou en exploitation sont toujours aléatoires.

Lors de la phase dite de « spécification », un objectif de fiabilité est généralement exigé par le donneur d'ordre et cela se traduit, soit par une probabilité de réussir une mission spécifique pour les systèmes opérant sans maintenance, soit par un « MTBF » pour ceux avec maintenance. Ainsi, en fin de phase de conception, la version définitive (série) du système n'étant pas encore disponible (seuls des prototypes sont fonctionnels), une analyse de fiabilité prévisionnelle est réalisée de manière à vérifier la bonne tenue de l'objectif. Le réalisme de cette analyse prévisionnelle est donc très important et notamment l'estimation des niveaux de contributions physiques (profil de vie) auxquels le système sera exposé dans sa vie opérationnelle.

Ainsi, le [chapitre 1](#) propose d'évaluer la sensibilité de l'estimation de fiabilité prévisionnelle aux paramètres du profil de vie d'un système. Par conséquent, au lieu de le construire à partir de niveaux constants, nous proposerons, lorsque cela s'avère nécessaire, de faire l'hypothèse d'une loi de probabilité choisie en fonction des informations récoltées. Nous utiliserons alors des simulations de Monte-Carlo pour estimer la variabilité de la fiabilité du système.

D'autre part, dans certains cas spécifiques, des essais de fiabilité sur un composant jugé « à risque » (vis-à-vis de la fiabilité du système entier) peuvent être jugés nécessaires, voire indispensables. Cela peut être un composant ayant un niveau de fiabilité insuffisant sur une génération précédente et qui a subi une évolution de conception, un composant de nouvelle technologie, un composant monosource pour lequel le fabricant ne donne pas d'information de fiabilité, etc. Ici, contrairement au cas général où l'on veut minimiser le nombre de défaillances du système, notamment pendant la phase de conception, on va donc tout faire pour susciter des défaillances de manière à obtenir un modèle de fiabilité « intrinsèque » du composant avec une précision donnée. Les notions de biais et de variance des estimateurs des paramètres du modèle de fiabilité sont alors de la plus grande importance. Le [chapitre 2](#) propose donc de présenter une approche théorique avec des solutions explicites lorsque c'est possible, et des simulations de Monte-Carlo lorsque ce n'est pas le cas.

Enfin, la fiabilité dite « opérationnelle » (aussi nommée « retour d'expérience » ou « REX ») est celle des systèmes lorsqu'ils sont en exploitation chez les utilisateurs finaux. Pour les systèmes sans maintenance, cette analyse est identique à celle d'un essai de fiabilité puisqu'il n'y a pas d'actes de maintenance. Dans la majorité des cas, des actes de maintenance sont réalisés lors de défaillances des systèmes. Lors d'une défaillance d'un composant, si le système est considéré comme un « système série », cela entraîne la défaillance du système. Le composant, qui n'est pas une entité réparable, est alors remplacé par un neuf. Ainsi, si le système contient un nombre de composants assez grand (ce qui est généralement le cas), on peut faire l'hypothèse de maintenance dite « minimale » puisque l'on a simplement remis le système au niveau de fiabilité qu'il avait juste avant la défaillance. Pour modéliser ce type de maintenance, on utilise les processus de Poisson homogène « HPP » lorsque le produit est mature, et le processus de puissance « PLP » lorsque l'on observe de la croissance (ou décroissance) de fiabilité (sur le MTBF). Le [chapitre 3](#) propose d'estimer les propriétés statistiques (biais, coefficient de variation) des systèmes avec maintenance sur la base de ces processus.

Le [chapitre 4](#) propose d'analyser la fiabilité de systèmes complexes (série, parallèle, redondance k/n, série/parallèle et parallèle/série). Des solutions explicites existent pour les applications sans maintenance, mais peu de littérature existe dans le cas contraire. Les solutions alors proposées font systématiquement l'hypothèse d'un taux de défaillance constant, hypothèse réaliste pour les défaillances catalectiques et les systèmes matures (Bayle 2022). Pour bien étayer notre propos, nous proposerons deux applications industrielles pour lesquelles des simulations de Monte-Carlo seront utilisées.

Il est bien connu que la température joue un rôle majeur sur la fiabilité des composants. Arrhenius a ainsi proposé une loi empirique permettant de quantifier son influence sur le taux de réaction chimique des cannes à sucre au XIX^e siècle. Dans les années 1945,

lors de l'invention puis de la mise au point des premiers transistors, Schockley a pu faire la même observation et a décidé d'utiliser cette même loi pour la modélisation de l'effet de la température sur la fiabilité des transistors. De nos jours, cette loi est largement utilisée de façon globale pour la majorité des composants.

La loi d'Arrhenius n'est cependant valable que sous une température constante, de sorte que pour la majorité des applications industrielles, elle n'est pas directement applicable, car le niveau de température que subissent les systèmes en exploitation n'est généralement pas constant. Sedyakin a proposé un principe physique en fiabilité permettant de calculer la fonction de survie d'un système subissant, par exemple, des paliers de température. La conséquence de ce principe est que la loi de probabilité résultante ne suit plus une loi connue. Moyennant certaines conditions industrielles généralement rencontrées pour une majorité d'applications industrielles, suivant le principe de Sedyakin, on peut trouver une température constante équivalente en termes de fiabilité, ce qui permet *in fine* l'utilisation de la loi d'Arrhenius.

Le [chapitre 5](#) propose alors, à partir de simulations de Monte-Carlo, d'estimer la fiabilité de systèmes soumis à de telles conditions.

Le [chapitre 6](#) propose une aide potentielle au dimensionnement d'essais de fiabilité. Ceux-ci peuvent être nécessaires lorsqu'un composant spécifique de nouvelle technologie est introduit dans un système sans que l'on ait d'information relativement précise sur son niveau de fiabilité. Cela peut aussi être le cas lorsqu'un composant, utilisé dans une application industrielle, montre un niveau de fiabilité bien inférieur à celui attendu. Dans ce cas, en fonction des analyses de défaillances effectuées permettant d'expliquer cet écart de fiabilité, une modification de conception voire de fabrication est proposée. L'utilisateur final, ou plus souvent le systémier, exige qu'on lui prouve qu'avec cette modification le composant aura bien le niveau de fiabilité attendu. Seul un essai de fiabilité pourra alors en apporter la démonstration.

Il n'y a rien de pire que de réaliser ce type d'essai et de ne pas pouvoir, généralement par faute de défaillances, apporter cette démonstration. Ainsi, le dimensionnement d'un essai de fiabilité a une influence capitale. Moyennant un certain nombre d'hypothèses permettant d'estimer certains paramètres du modèle de fiabilité choisi, moyennant un certain nombre de contraintes industrielles (coût et durée de l'essai, nombre de composants disponibles, nombre de moyens de test, etc.), il est possible par des simulations de Monte-Carlo de réaliser un essai de fiabilité « virtuel » permettant d'optimiser au mieux certaines données d'entrée d'un test de fiabilité telles que les niveaux des contributions physiques que subiront les composants en essai, les niveaux de température à appliquer, etc.

Le [chapitre 7](#) propose un exemple industriel où la méthode d'inversion pour générer des données aléatoires n'est pas possible et pour lequel la méthode du rejet est utilisée. Nous commencerons par détailler la problématique de fiabilité rencontrée, l'utilisation de la loi bêta décentrée comme modèle de fiabilité et présenterons le principe de la méthode du rejet. Ensuite, nous appliquerons la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer les paramètres de la loi décentrée, puis nous donnerons une justification de l'utilisation de cette loi plutôt qu'une autre.

La [partie 2](#) portera sur les aspects maintenance et plus précisément sur l'estimation du nombre de défaillances nécessaire au dimensionnement correct des stocks de rechange. Nous développerons la partie théorique puis reprendrons les exemples utilisés pour la fiabilité des systèmes du [chapitre 4](#), et présenterons les résultats obtenus par simulation dans le [chapitre 8](#).

La [partie 3](#) portera sur la disponibilité. Ainsi, le [chapitre 9](#) permettra de voir l'influence des instants de défaillance et des temps de réparation sur la disponibilité d'un système. Qui dit réparation, dit actes de maintenance et par conséquent ce chapitre ne s'adresse qu'aux applications industrielles avec maintenance. Les modèles de disponibilité sont basés sur la théorie des processus de renouvellement alternés et donnent lieu à des équations complexes basées sur des produits de convolution. Bien sûr, pour quelques cas particuliers que nous développerons, des solutions explicites existent.

Pour plus de simplicité, la solution analytique utilisera la transformée de Laplace (la transformée de Laplace d'un produit de convolution étant égale au produit des transformées de Laplace), mais le passage dans le domaine temporel demande à utiliser la transformée de Laplace inverse qui souvent ne donne pas de solutions explicites. Là encore, les simulations de Monte-Carlo permettent de sortir de cette impasse.

La [partie 4](#) portera sur la sécurité. Le [chapitre 10](#) traitera de la fiabilité des mécanismes concurrents au niveau d'un composant et plus précisément de la répartition de leurs modes de défaillance. Cette information est indispensable pour l'analyse des modes de défaillance et de leurs effets sur un système. Pour les applications sans maintenance, des solutions explicites existent, mais pour les applications avec maintenance, ce qui représente la majorité des cas concrets, ce n'est pas possible notamment pour les mécanismes de défaillance par vieillissement, généralement modélisés par une loi de Weibull.

Le [chapitre 11](#) propose une analyse similaire à la fiabilité et à la disponibilité des systèmes, mais appliquée à l'estimation de la probabilité d'occurrence d'un événement redouté (sécurité). De la même façon, l'hypothèse d'une loi exponentielle est systématiquement utilisée, de sorte que, pour des mécanismes de défaillance par vieillissement de systèmes avec maintenance, les solutions explicites de cette probabilité ne sont généralement pas disponibles. Nous présenterons une approximation basée sur la loi de

Bernoulli respectant certaines conditions de testabilité des systèmes et qui permet de trouver une solution explicite sauf pour les mécanismes de vieillissement où elle utilise la notion de Rocof qui n'en possède pas. Là encore, les simulations de Monte-Carlo permettent potentiellement une estimation de cette probabilité d'occurrence. Nous verrons aussi en corollaire que pour certaines applications industrielles exigeant des niveaux de fiabilité très grands, les simulations ne parviennent pas toujours à résoudre le problème, des temps de simulation très grands et un nombre très important de simulations pouvant être exigés, incompatibles avec la puissance de calcul des ordinateurs en possession de la plupart des ingénieurs.