

Avant-propos

Cet ouvrage reprend, en le développant, le support d'un cours de tronc commun de calcul différentiel donné aux élèves de première année de l'École des Mines de Paris entre 2015 et 2019. Il s'adresse à des étudiants maîtrisant l'analyse réelle classique en dimension un et qui souhaitent acquérir les bases du calcul différentiel. Certains développements inspirés par des articles de recherche peuvent être utiles à des étudiants d'un niveau plus avancé en mathématiques, tels ceux qui préparent l'agrégation de mathématiques, ou à des ingénieurs.

L'ouvrage est divisé en trois parties. La première est consacrée à la topologie et au calcul différentiel. La deuxième est dévolue à l'étude des équations différentielles ordinaires et des équations hyperboliques. La troisième constitue une introduction à l'optimisation et au calcul des variations.

La lecture de cet ouvrage ne requiert qu'une culture mathématique de niveau L1. Il est recommandé de lire les deux premiers chapitres avant d'aborder le chapitre 5, et les trois premiers chapitres avant d'aborder les chapitres 4 et 6. L'optimisation et le calcul des variations sont traités de façon classique. Ces questions seront reprises avec les espaces de Sobolev dans (Rosier n.d.).

Chaque chapitre propose un cours avec des énoncés précis de résultats mathématiques suivis de leurs preuves détaillées, et se termine par une liste d'exercices ou de problèmes avec leurs solutions. Les questions délicates sont signalées par des astérisques. Les problèmes sont pour la plupart tirés de tests écrits donnés à l'École des Mines de Paris durant les années 2015-2019.

Les preuves un peu difficiles de certains résultats, qui peuvent être laissées de côté en première lecture, sont indiquées par le symbole (***) . Par ailleurs, des résultats

importants permettant d'approfondir les notions étudiées dans ce cours sont présentés dans une section « compléments » à la fin de chaque chapitre. Leur lecture n'est pas requise pour aborder les chapitres suivants.

L'auteur tient à remercier Emmanuelle Crépeau, Cédric Gouvernet et Francis Maisonneuve pour leur lecture attentive de l'ouvrage et leurs remarques utiles.