

## Avant-propos

La géométrie est l'une des branches les plus anciennes des mathématiques. Selon Brousseau, elle « intervient, par ses objets, par ses énoncés, par ses méthodes, et par les représentations qu'elle propose dans de très nombreuses branches des mathématiques et des sciences, et quelquefois de façon inattendue » (Brousseau 2000, p. 67). Brousseau identifie alors dans l'enseignement de la géométrie, d'une part, un moyen didactique pour « introduire aux mathématiques » en ce qu'il offre, contrairement à d'autres domaines, la possibilité aux enseignants « de provoquer chez leurs élèves une activité reconnue comme authentiquement mathématique par la plupart des mathématiciens eux-mêmes » (*ibid.*) ; et d'autre part, comme moyen de représenter l'espace. La géométrie apparaît donc comme un domaine d'enseignement toujours d'actualité. Le rapport de la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, dirigée par Jean-Pierre Kahane, va un peu plus loin et met en évidence quatre raisons d'enseigner la géométrie (Kahane 2002) : s'approprier une vision de l'espace et de ses représentations, apprendre le raisonnement géométrique, s'initier aux aspects esthétiques et culturels, avoir accès à certains aspects utiles pour de nombreux corps de métier. De nombreux travaux réalisés ces dernières années témoignent de l'importance que les didacticiens des mathématiques lui accordent dans la scolarité obligatoire (école, collège).

L'enseignement de la géométrie à l'école primaire renvoie à deux champs de connaissances intimement liés, mais non confondus (Berthelot et Salin 1993) : les connaissances spatiales qui permettent à chacun de contrôler ses rapports à l'espace environnant et les connaissances géométriques qui permettent de résoudre des problèmes portant sur des objets dans l'espace physique, graphique ou géométrique. Étant donné l'importance de ces deux champs, l'une des questions abordées dans cet ouvrage est la suivante : [de quelle manière ces connaissances sont-elles prises en compte et/ou articulées dans l'enseignement de l'espace et de la géométrie à l'école obligatoire,](#)

dans les ressources pour l'enseignement (programmes, manuels, etc.), ou dans la formation actuelle des enseignants ?

Par ailleurs, l'enseignement de la géométrie à l'école primaire est souvent associé à la manipulation des instruments. Or, l'enseignement ne peut pas se limiter à un jeu avec des objets sensibles, mais doit permettre une médiation avec le monde des objets théoriques. Cette médiation sémiotique est au cœur de l'activité mathématique, et la géométrie est un domaine où se pose nécessairement la question de cette médiation. En outre, une activité géométrique met en jeu le registre du langage et le registre graphique (en particulier celui des figures), qu'il est nécessaire d'articuler (Duval 2005). L'activité langagière se coordonne également avec une activité matérielle sur les figures qu'il s'agit de tracer ou de modifier avec des instruments ou à main levée. Les gestes ont aussi une place particulière dans l'activité géométrique elle-même. La deuxième série de questions est la suivante : **comment prendre en compte cette dimension sémiotique (langage, gestes, signes, etc.) de l'activité géométrique ? Quel est le rôle des artefacts (numériques ou tangibles) dans l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie ?**

L'ouvrage vise à présenter certains des derniers travaux de recherche en didactique de l'espace et de la géométrie, à approfondir certaines questions théoriques et à ouvrir de nouvelles réflexions, tant sur l'approche de la géométrie elle-même et de son lien avec la structuration de l'espace, que sur les pratiques dans les classes, la diffusion de ressources, l'usage de différents artefacts ou encore la formation des enseignants dans ce domaine. Il regroupe une quinzaine de contributions de chercheurs francophones de différents pays (France, Suisse, Québec). Il s'organise en trois grandes parties que nous présentons dans ce qui suit.

La première partie porte sur les **articulations entre espace sensible, espace graphique et espace géométrique**. Ainsi, la contribution d'Anne-Cécile Mathé et Marie-Jeanne Perrin-Glorian explore de possibles continuités entre géométrie matérielle et géométrie théorique par le biais d'une tâche de reproduction de figures à destination d'élèves en fin d'école élémentaire (9-11 ans). Dans la continuité, le texte de Karine Vièque traite de la question du choix des valeurs des variables didactiques (géométriques et matérielles) dans l'élaboration de problèmes de reproduction de figures en début d'école élémentaire (élèves de 6-8 ans), afin de développer différentes appréhensions sur les figures planes en termes de visualisation et de déconstructions. En amont, Valentina Celi s'intéresse aux premiers apprentissages géométriques à l'école maternelle (élèves de 3 à 6 ans). Elle présente les premiers résultats d'une recherche collaborative en cours, dans laquelle sont testés des problèmes portant sur des formes géométriques allant de la manipulation au traçage graphique, de l'appréhension globale des formes vers une appréhension davantage analytique de celles-ci, en articulant modalités visuelle et haptique et en introduisant progressivement un lexique approprié.

Le travail de Sylvia Coutat porte sur la représentation des propriétés géométriques dans le registre graphique en proposant des pistes de réflexion autour de l'introduction du codage des propriétés géométriques à l'école primaire. Enfin, Céline Vendaïra questionne l'impact et la pertinence de l'utilisation du dessin à main levée dans des tâches de construction/reproduction avec des élèves de 8 à 10 ans, notamment pour les libérer des contraintes manipulatoires qu'impliquent les instruments de géométrie.

La seconde partie est consacrée aux [ressources et artefacts pour enseigner](#). Trois chapitres portent sur des ressources numériques, deux autres concernent des propositions d'enseignement. Teresa Assude montre comment un logiciel de géométrie dynamique constitue un outil pour travailler les relations entre espace sensible, espace graphique et espace géométrique. La contribution d'Émilie Mari porte sur l'impact de l'usage des robots de sol programmables chez des élèves de 6 à 8 ans, dans le développement de connaissances spatiales et géométriques à l'école primaire. Fabien Emprin et Édith Petitfour présentent, dans le cadre de problèmes de constructions instrumentées, une exploitation possible, à destination des élèves dyspraxiques, des possibilités offertes par un simulateur d'interactions humaines pour les apprentissages géométriques. Concernant les ressources pour enseigner, Jacques Douaire, Fabien Emprin et Henri-Claude Argaud proposent une présentation de l'évolution des questions de recherche de l'équipe ERMEL concernant le tracé des traits droits, la découverte des caractéristiques de figures planes et de solides, en explicitant une analyse des connaissances des élèves de 6 à 8 ans, ainsi que des problèmes proposés. Des éléments sur la mise en œuvre de situations, ainsi que sur la progression et la structuration de la ressource sont également abordés. Enfin, Claire Guille-Biel Winder et Édith Petitfour cherchent à déterminer ce qui pourrait éclairer, d'un point de vue didactique, le choix de manuels scolaires dans le cadre de l'enseignement de la géométrie en analysant les propositions d'enseignement des notions de perpendicularité et de parallélisme en CM1 (9 à 10 ans).

Les [pratiques enseignantes](#), ainsi que des [questions de formation](#) font l'objet de la troisième partie de l'ouvrage. À l'interface entre élaboration de ressources, pratique et formation, Christine Mangiante-Orsola étudie le processus d'appropriation, par trois enseignants, d'une situation élaborée au cours d'une recherche portant sur l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 (8 à 11 ans), puis interroge les possibilités d'enrichissement des pratiques de ces enseignants. Puis deux contributions se focalisent sur les pratiques enseignantes. Sylvie Blanquart-Henry réalise l'analyse clinique d'une même séquence de reproduction de figures en classe de CM2 (10 à 11 ans) et en classe de sixième (11 à 12 ans), dans le but d'identifier comment, dans l'avancement de leur projet d'enseignement en géométrie plane, des enseignants intègrent (ou pas) les raisonnements valides ou erronés mis en œuvre explicitement ou implicitement par les élèves. Karine Millon-Fauré, Catherine Mendonça-Dias, Céline Beaugrand et

Christophe Hache s'intéressent, quant à eux, au discours de l'enseignant de mathématiques lorsqu'il utilise un terme de la langue usuelle au lieu du terme du lexique de géométrie approprié. Dans leur contribution, Patricia Marchand et Caroline Bisson exposent et analysent une séquence d'enseignement visant le développement des connaissances spatiales qui se déploie sur les trois premiers cycles d'enseignement de l'école. Elles abordent ensuite les enjeux de la formation initiale, puisque cette même séquence a été adaptée et expérimentée auprès des étudiants en formation avec des visées à la fois de formation mathématique et didactique. Enfin, Ismaïl Mili s'intéresse aux savoirs professionnels mobilisés par les enseignants en formation, et fournit un exemple concernant la mobilisation de l'analyse *a priori* dans la mise en œuvre d'une activité de structuration de l'espace

## Bibliographie

- Berthelot, R. and Salin, M.-H. (1993). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N*, 53, 39–56.
- Brousseau, G. (2000). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire : l'étude de l'espace et de la géométrie. *Actes du séminaire de didactique des mathématiques*, Rethymnon, 67–83, hal-00515110.
- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 10, 5–53.
- Kahane, J.-P. (ed.) (2002). *L'enseignement des sciences mathématiques : commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques*. CNDP, Odile Jacob, Paris.