

Table des matières

Introduction	1
Chapitre 1. Équations de l'électromagnétisme	7
1.1. Équations de Maxwell	7
1.2. Lois de comportement des matériaux	8
1.2.1. Cas général.	8
1.2.2. Formes simplifiées	9
1.2.2.1. Matériaux diélectriques	9
1.2.2.2. Matériaux conducteurs	10
1.2.2.3. Propriétés magnétiques des matériaux	10
1.2.2.4. Matériaux ferromagnétiques	11
1.3. Interface entre deux milieux et conditions aux limites	14
1.3.1. Relations de continuité entre deux milieux	15
1.3.1.1. Champs électrique et magnétique	15
1.3.1.2. Induction électrique, magnétique et densité de courant	15
1.3.1.3. Réfraction des lignes de champ	16
1.3.2. Conditions aux limites	18
1.4. Formes intégrales : théorèmes fondamentaux.	19
1.4.1. Loi de Faraday.	19
1.4.2. Théorème d'Ampère	20
1.4.3. Loi de conservation du flux de l'induction magnétique	21
1.4.4. Théorème de Gauss.	22
1.5. Différentes formes des équations de Maxwell	23
1.5.1. Electrostatique.	23
1.5.2. Electrocinétique	25

1.5.3. Magnétostatique	26
1.5.4. Magnétodynamique	28
Chapitre 2. Espaces fonctionnels	31
2.1. Introduction	31
2.2. Espaces des opérateurs différentiels	31
2.2.1. Définitions	31
2.2.2. Espaces fonctionnels des opérateurs grad, Rot, div	32
2.2.3. Noyau des opérateurs vectoriels	33
2.2.4. Espaces images des opérateurs	33
2.3. Topologies étudiées	35
2.3.1. Domaine connexe et non connexe	35
2.3.2. Domaine simplement connexe et non simplement connexe	35
2.3.3. Domaine contractile et non contractile	36
2.3.4. Propriétés des espaces fonctionnels	37
2.4. Relations entre les sous-espaces vectoriels	37
2.4.1. Orthogonalité des espaces fonctionnels	38
2.4.2. Analyse des sous-espaces fonctionnels	39
2.4.2.1. Domaine contractile	40
2.4.2.2. Domaine non simplement connexe à frontière connexe	41
2.4.2.3. Domaine simplement connexe à frontière non connexe	43
2.4.2.4. Cas général : domaine non simplement connexe à frontière non connexe	44
2.4.3. Organisation des espaces fonctionnels.	45
2.5. Champs de vecteurs définis par un opérateur vectoriel	47
2.5.1. Infinité de solutions.	47
2.5.2. Conditions de jauge.	49
2.5.2.1. Cas de l'opérateur gradient	49
2.5.2.2. Cas de l'opérateur rotationnel	49
2.5.2.3. Cas de l'opérateur divergence	50
2.6. Structure des espaces fonctionnels	50
2.6.1. Opérateurs adjoints	50
2.6.1.1. Opérateur adjoint du gradient	51
2.6.1.2. Opérateur adjoint du rotationnel	52
2.6.1.3. Opérateur adjoint de la divergence	52
2.6.1.4. Synthèse des opérateurs adjoints et des espaces fonctionnels associés.	52
2.6.2. Diagramme de Tonti	53

Chapitre 3. Équations de Maxwell : formulations en potentiels . . .	55
3.1. Introduction	55
3.2. Prise en compte des termes sources	55
3.2.1. Grandeurs sources globales imposées sur les frontières	56
3.2.1.1. Terme source lié à un champ défini par un rotationnel	58
3.2.1.2. Terme source lié à un champ défini par une divergence	60
3.2.2. Grandeurs sources à l'intérieur du domaine	64
3.2.2.1. Grandeur source locale définie par un rotationnel	65
3.2.2.2. Grandeur source locale définie par une divergence	66
3.2.3. Exemples de calcul de champs supports	68
3.2.3.1. Calcul d'un champ support β_s et du potentiel α_s	69
3.2.3.2. Calcul d'un champ support λ_s et du potentiel associé χ_s	70
3.2.3.3. Terme source local : calcul du champ support λ_{sl} et du potentiel χ_{sl}	71
3.2.3.4. Terme source local : calcul du champ support ξ_{sl} et du potentiel η_{sl}	73
3.3. Électrostatique	75
3.3.1. Termes sources imposés sur la frontière du domaine	75
3.3.1.1. Formulation en potentiel scalaire V	76
3.3.1.2. Formulation en potentiel vecteur P	80
3.3.1.3. Tableaux récapitulatifs	84
3.3.2. Cas d'une électrode interne	86
3.3.2.1. Formulation en potentiel scalaire V	88
3.3.2.2. Formulation en potentiel vecteur P	91
3.3.3. Diagramme de Tonti	95
3.4. Électrocinétique	96
3.4.1. Structure élémentaire	96
3.4.1.1. Formulation en potentiel scalaire V	98
3.4.1.2. Formulation en potentiel vecteur T	101
3.4.1.3. Tableaux récapitulatifs	106
3.4.2. Cas multisource	107
3.4.2.1. Formulation en potentiel scalaire V	109
3.4.2.2. Formulation en potentiel vecteur T	110
3.4.3. Diagramme de Tonti	112
3.5. Magnétostatique	113
3.5.1. Structures étudiées	113
3.5.2. Formulation en potentiel scalaire φ	113
3.5.2.1. Force magnétomotrice imposée	113
3.5.2.2. Flux de l'induction magnétique imposée	116

3.5.2.3. Densité de courant imposée	118
3.5.2.4. Aimant permanent comme terme source	122
3.5.2.5. Cas général	124
3.5.3. Formulation en potentiel vecteur A	126
3.5.3.1. Flux de l'induction magnétique imposé	127
3.5.3.2. Force magnétomotrice imposée	129
3.5.3.3. Densité de courant imposée	131
3.5.3.4. Aimant permanent	131
3.5.3.5. Cas général	132
3.5.4. Tableaux récapitulatifs	134
3.5.5. Diagramme de Tonti	135
3.6. Magnétodynamique	136
3.6.1. Grandeurs électriques imposées	139
3.6.1.1. Formulation électrique A - V	140
3.6.1.2. Formulation magnétique T - φ	146
3.6.2. Grandeurs magnétiques imposées	153
3.6.2.1. Formulation électrique A - V	155
3.6.2.2. Formulation magnétique T - φ	161
3.6.3. Tableaux récapitulatifs	167
3.6.4. Diagramme de Tonti	171

Chapitre 4. Formulations dans le domaine discret 173

4.1. Introduction	173
4.2. Méthode des résidus pondérés : forme faible des équations de Maxwell	174
4.2.1. Méthodologie	174
4.2.2. Forme faible des équations de l'électrostatique	177
4.2.2.1. Formulation en potentiel scalaire V	178
4.2.2.2. Formulation en potentiel vecteur P	181
4.2.3. Forme faible des équations de l'électrocinétique	183
4.2.3.1. Formulation en potentiel scalaire V	183
4.2.3.2. Formulation en potentiel vecteur T	185
4.2.4. Forme faible des équations de la magnétostatique	187
4.2.4.1. Formulation en potentiel scalaire φ	187
4.2.4.2. Formulation en potentiel vecteur A	189
4.2.5. Forme faible des équations de la magnétodynamique	191
4.2.5.1. Grandeurs électriques imposées	192
4.2.5.2. Grandeurs magnétiques imposées	198
4.2.6. Synthèse des résultats	204

4.3. Discrétisation par éléments finis	205
4.3.1. Nécessité d'une discrétisation.	205
4.3.2. Fonctions d'approximation	206
4.3.2.1. Éléments nodaux	207
4.3.2.2. Éléments d'arêtes.	209
4.3.2.3. Éléments de facettes	211
4.3.2.4. Éléments de volume	213
4.3.2.5. Synthèse des propriétés	214
4.3.3. Discrétisation des opérateurs vectoriels	215
4.3.3.1. Matrices d'incidences	215
4.3.3.2. Incidence nœuds-arêtes	215
4.3.3.3. Incidence facettes-arêtes	218
4.3.3.4. Incidence volumes-facettes	224
4.3.3.5. Propriétés des sous-espaces discrets.	226
4.3.4. Discrétisation des grandeurs physiques et des champs associés.	228
4.3.5. Prise en compte des conditions aux limites homogènes	231
4.3.5.1. Cas des éléments nodaux	231
4.3.5.2. Cas des éléments d'arêtes	232
4.3.5.3. Cas des éléments de facettes	232
4.3.5.4. Synthèse des propriétés	233
4.3.6. Conditions de jauges dans le domaine discret	233
4.3.6.1. Cas de l'opérateur gradient	233
4.3.6.2. Cas de l'opérateur rotationnel	236
4.3.6.3. Cas de l'opérateur divergence	239
4.3.7. Discrétisation des champs supports et des potentiels associés	242
4.3.7.1. Discrétisation des termes sources α_s et β_s	242
4.3.7.2. Discrétisation des champs λ_s et χ_s	244
4.3.7.3. Discrétisation des termes sources ξ_{sl} et η_{sl}	245
4.4. Discrétisation des formulations faibles.	247
4.4.1. Notations	247
4.4.2. Méthode de Ritz-Galerkin.	247
4.4.3. Electrostatique.	250
4.4.3.1. Formulation en potentiel scalaire V	251
4.4.3.2. Formulation en potentiel vecteur P	256
4.4.4. Electrocinétique.	262
4.4.4.1. Formulation en potentiel scalaire V	262
4.4.4.2. Formulation en potentiel vecteur T	267

4.4.5. Magnétostatique.	271
4.4.5.1. Formulation en potentiel scalaire magnétique ϕ	271
4.4.5.2. Formulation en potentiel vecteur A	277
4.4.6. Magnétodynamique.	282
4.4.6.1. Formulation électrique A - V	283
4.4.6.2. Formulation magnétique T - ϕ	289
Bibliographie	297
Index	299