

Introduction

La modélisation probabiliste de la performance du système est érigée principalement sur un socle massif de la théorie de la fiabilité. On peut donc l'appeler « la modélisation par la fiabilité ». Même s'il existe des liens presque organiques avec les statistiques appliquées, les calculs combinatoires et l'algèbre booléenne. La modélisation par fiabilité est une discipline bien distincte qui est conceptuellement différente des disciplines citées ci-dessus. Actuellement, la modélisation par la fiabilité couvre un spectre très étendu des applications, comme la fiabilité de systèmes, l'analyse fonctionnelle, la sûreté de fonctionnement, l'analyse et la gestion des risques, la gestion et l'optimisation de la maintenance, la dégradation et le vieillissement de systèmes, la surveillance, le diagnostic et le pronostic, l'analyse de performance, le contrôle de qualité de la production massive, la fiabilité de structures et la fiabilité de logiciels.

Le champ de modélisation de cet ouvrage se restreint à la modélisation de la fiabilité et la disponibilité du système complexe, en y excluant les systèmes passifs (la structure) et les logiciels.

Cet ouvrage est accessible par des lecteurs en formation d'ingénieurs et ayant déjà acquis les élémentaires en théorie de probabilité, statistiques appliquées, calculs différentiels, intégrales, calculs combinatoires et algèbre booléenne.

Il s'agit d'un traité de modélisation du fonctionnement de systèmes qui exploite les concepts, les méthodes et les outils mathématiques qui permettent la réalisation de la modélisation par la fiabilité des qualités fonctionnelles des systèmes. Ayant précisé ci-dessus les domaines visés par la modélisation, les qualités fonctionnelles premières concernées sont la **disponibilité** et la **fiabilité** du système. Ces qualités fonctionnelles sont d'une nature probabiliste et statistiquement mesurables. Dès que les concepts de la disponibilité et de la fiabilité sont bien saisis, d'autres qualités dérivées surgissent et complètent la caractérisation fonctionnelle du système, comme les **taux de transition** entre les

états définissant l'espace fonctionnel du système et les probabilités de séjour dans les états. Notre recours à la mathématique ne sert qu'à étayer le paradigme de la modélisation fonctionnelle par la fiabilité, pratiquée par l'ingénierie des systèmes.

Tout au long du livre, on construit progressivement la complexité de la modélisation des systèmes. On commence par la modélisation du fonctionnement du système le plus simple que l'ingénieur peut concevoir, c'est-à-dire le système binaire (bi-état). On l'appellera le **composant élémentaire**. Et l'on continue progressivement vers la modélisation fonctionnelle du système multi-états. Dans cette démarche, le **système multi-états** est construit à partir des composants élémentaires indépendants et cohérents. L'indépendance et la cohérence fonctionnelles des constituants sont bien définies dans le livre. Cependant, ni la dépendance ni l'incohérence fonctionnelle des constituants n'ont été traitées.

Que le système soit binaire ou multi-états, la définition de la défaillance reste toujours fonctionnelle. La défaillance physique n'apparaît qu'aux étages les plus bas de l'analyse fonctionnelle, où se trouve le composant élémentaire par convention, décrété par l'ingénieur et/ou par l'analyste. Les frontières entre le **composant** et le **système** ne sont que conventionnelles. Un système à une étape spécifique de l'analyse peut devenir un composant dans l'étape suivante et *vice-versa*. Cela permet progressivement la modélisation de la complexité fonctionnelle croissante du système des systèmes. Le livre explore cette possibilité grâce à la binarisation fonctionnelle du système multi-états. Dans cette démarche de traitement de la complexité fonctionnelle croissante, la binarisation du système multi-états assure la conservation des modèles mathématiques qui décrivent la disponibilité et la fiabilité de l'entité fonctionnelle à toute l'échelle de la complexité fonctionnelle entre binaire, multi-états et multi-multi-états. La disponibilité et la fiabilité de ces entités fonctionnelles sont gouvernées par le même système d'équations différentielles et intégrales, quel que soit le degré de leurs complexités fonctionnelles. La complexité fonctionnelle est finalement déterminée par le nombre des états définissant l'espace fonctionnel et les relations logiques structurant le système. Pour les systèmes à faible et moyenne complexité, la disponibilité et la fiabilité peuvent être déterminées par modèles analytiques en forme d'équations, ou numériquement sous la forme d'un ensemble d'équations linéaires issues des graphes d'états markoviens. Aux complexités encore supérieures, les analystes font appel à la simulation par la méthode de Monte-Carlo. Le livre présente des aperçus de ces méthodes à travers des applications didactiques simples, dans les chapitres dédiés. Le livre est structuré en huit chapitres.

Dans le chapitre 1, nous insistons sur l'identification du système par sa fonctionnalité. Un système est une entité fonctionnelle avant qu'elle soit physique. La disponibilité désigne l'état d'une fonction requise et active du système. Elle ne désigne pas son état physique. Un système physiquement intègre pourrait ne pas être disponible parce qu'il est mal refroidi. Et son circuit de refroidissement est aussi intègre, mais il ne fournit pas la

capacité de refroidissement requise, car la température du système est hors de la limite du fonctionnement sûr. Certes, la confusion entre la fonctionnalité et le système physique arrive à l'étage le plus élémentaire de la segmentation successive des fonctions et des sous-fonctions. À cet étage, le système élémentaire serait arbitrairement appelé composant. L'analyste fixe arbitrairement le seuil fonctionnel au-dessous duquel le composant surgirait, de la façon la plus convenable pour son analyse. Ce seuil pourrait évidemment varier d'une analyse à l'autre. Cette entité fonctionnelle élémentaire incarnée dans un composant sera décrite de la façon la plus simple que l'ingénieur-analyste des systèmes puisse imaginer, c'est-à-dire qu'elle est soit disponible soit indisponible, exclusivement. Le composant fonctionne donc en transitions perpétuelles entre l'état disponible et l'état indisponible, jusqu'à la fin de sa vie opérationnelle. Ses transitions sont caractérisées par un taux de défaillance et un taux de réparation. Le composant élémentaire est binaire. Le composant élémentaire est une entité fonctionnelle conceptuelle. La modélisation mathématique de la disponibilité et de la fiabilité du composant élémentaire est traitée en détail au chapitre 1.

Le chapitre 2 traite la modélisation mathématique de la disponibilité et de la fiabilité du système multi-états. Le système multi-états sera construit par un assemblage fonctionnel des composants élémentaires sous la condition que les composants élémentaires sont indépendants et forment un ensemble fonctionnel cohérent. L'indépendance requiert que les transitions des composants élémentaires n'infèrent pas mutuellement. Et la cohérence fonctionnelle de l'ensemble exige que la transition de l'un des composants élémentaires vers l'état d'indisponibilité ne puisse pas augmenter la disponibilité du système et que la transition de l'un des composants élémentaires vers l'état de disponibilité ne puisse pas augmenter l'indisponibilité du système. C'est-à-dire, en autres termes, la dégradation fonctionnelle d'un composant élémentaire ne peut que dégrader le fonctionnement du système, et l'amélioration fonctionnelle d'un composant élémentaire ne peut qu'améliorer le fonctionnement du système. Ayant établi les principes de l'indépendance et de la cohérence fonctionnelle, il ne nous reste qu'à décrire les relations fonctionnelles logiques qui structurent l'ensemble des composants élémentaires en un système bien défini. Ces relations fonctionnelles logiques opèrent en deux modes algébriques élémentaires qui sont l'union et l'intersection, dans le sens booléen des termes. Alors, l'assemblage fonctionnel des composants élémentaires en un seul système est réalisé grâce aux opérateurs booléens élémentaires : OU « \vee » et ET « \wedge ». S'appuyant sur des systèmes aux structures simples avec deux composants élémentaires, on introduit la notion de multi-états. On démontre aussi que tout système multi-états peut être réduit en système à fonctionnement binaire en partageant ses états de fonctionnement entre deux espaces de fonctionnement : l'espace des états de disponibilité et l'espace des états d'indisponibilité. La binarisation d'un système multi-états nécessite l'introduction de deux notions supplémentaires : les **états critiques** et les **transitions critiques**. Par l'introduction de ces dernières notions, la modélisation mathématique de la disponibilité et de la fiabilité des systèmes

multi-états sera réalisée, dans le chapitre 2, et sa binarisation aussi, grâce aux taux équivalents de défaillance et de réparation.

Dans le chapitre 3, on traite la modélisation du système matriciel ($n \times l$), avec n composants élémentaires en série qui se répètent en parallèle l fois. On trouve ce système, assez souvent, dans : les dispositifs des systèmes électroniques de détection et d'analyse des signaux, les systèmes à redondance active et passive, et les procédés de fabrication. Assez souvent aussi, les $n \times l$ composants impliqués sont identiques. Les analystes peuvent s'intéresser aux systèmes matriciels pour deux raisons différentes, mais pas disjointes. La première concerne la modélisation de la disponibilité et la fiabilité des systèmes en extension du chapitre 2 après une adaptation directe à la structure matricielle. La seconde raison est plutôt pour la modélisation des dégradations fonctionnelles d'un système (matriciel ou pas) si le fonctionnement du système est plutôt classé en phases définies par des seuils, déterminés par le nombre des composants élémentaires disponibles ou indisponibles. C'est exactement le cas des systèmes distribués en réseaux qui se structurent en nœuds et arcs. Dans ces types de systèmes, les analystes s'intéressent plus à la modélisation de la **performance** du réseau et son évolution d'une phase de fonctionnement à une autre, plus qu'à la disponibilité et à la fiabilité d'un système fonctionnel localisé. En d'autres termes, on s'intéresse aux séjours dans les différentes phases de fonctionnement du système distribué ainsi qu'aux transitions entre elles. Dans cette démarche, les états de fonctionnement du système distribué ne sont pas classés en : espace de disponibilité et espace d'indisponibilité. Les états sont plutôt classés en fonction du nombre des composants disponibles ou indisponibles de l'ensemble des composants élémentaires appartenant au réseau en question.

Les chapitres 4 et 5 sont consacrés à la mise en applications des concepts et des notions déjà introduits précédemment en prenant comme supports applicatifs des systèmes simples au sens de : la simplicité de la structure et la simplicité numérique. La simplicité structurelle résulte du faible nombre des composants élémentaires appartenant au système et à la simplicité de leurs liens logiques. La simplicité numérique résulte des hypothèses suivantes : les composants élémentaires sont indépendants, avec des taux de défaillance et de réparation constants dans le temps. Cette simplicité est voulue, car nous supposons que la formation des lecteurs du livre puisse se faire par l'apprentissage actif en travaillant par eux-mêmes les cas d'application proposés.

Dans le chapitre 4 donc, nous modélisons les systèmes avec redondance. La redondance est une solution technique qui permet généralement d'améliorer la disponibilité et la fiabilité des systèmes au prix d'un coût total supérieur pour l'installation et la maintenance. Alors, on parle du système avec redondance type n/N . Dans la littérature, on trouve deux définitions complémentaires du système n/N . Soit c'est un macro-système constitué de N systèmes qui sont fonctionnellement identiques, dont la disponibilité d'au

moins n suffise pour rendre le macro-système disponible. Soit, c'est un macrosystème constitué de N systèmes qui sont fonctionnellement identiques, dont l'indisponibilité d'au moins n systèmes suffise pour rendre le macro-système indisponible. Dans la première définition, le n indique la condition minimale de disponibilité du macrosystème. Dans la seconde, le n indique la condition minimale d'indisponibilité du macro-système.

Dans le chapitre 5, nous modélisation un système général. Les évaluations de la fiabilité et de la disponibilité de systèmes sont parmi les activités les plus courantes dans tous les domaines relatifs à l'ingénierie des systèmes : études et conception, gestion et optimisation de la maintenance, gestion de la politique de tests périodiques et de la sûreté de fonctionnement (en situations normales et accidentelles). La modélisation dynamique de la disponibilité et de la fiabilité d'un système passe par plusieurs étapes : la modélisation de la disponibilité et de la fiabilité des composants élémentaires, la construction de l'espace fonctionnel du système, l'identification des états associés à l'espace de disponibilité et ceux associés à l'espace d'indisponibilité, l'identification des états critiques, la détermination du taux équivalent de défaillance et, enfin, la détermination de la disponibilité/indisponibilité et la fiabilité/défiabilité du système. Un cas d'application est illustré. Il s'agit d'un système simple constitué de cinq composants élémentaires.

Dans le chapitre 6, nous traitons la modélisation des événements séquentiels. La modélisation des événements séquentiels occupe une place spécifique dans les domaines de l'analyse des accidents et l'analyse de la sûreté des systèmes. Les analystes cherchent à identifier les séquences des défaillances (systémiques, humains, procédurales, etc.) qui risquent de produire des accidents graves, dès la conception du système. Ils cherchent à éliminer/réduire l'occurrence des séquences redoutables, à interrompre l'ordre de l'occurrence des événements de la séquence et/ou à mitiger leurs conséquences. Les analystes exploitent ainsi plusieurs outils d'analyse, dont l'arbre d'événements, à la différence de l'arbre de défaillances, qui ne prend pas en compte l'aspect séquentiel de l'occurrence des défaillances dans le temps. L'arbre des événements considère l'ordre de l'occurrence des événements. Dans ce chapitre, nous avons indiqué les deux modèles assez pratiqués dans la modélisation des séquences : le modèle dynamique et le modèle statique. Généralement, le modèle dynamique est plus utilisé dans les analyses des accidents. En revanche, le modèle statique est largement utilisé en analyses de sûreté de fonctionnement de systèmes. Un cas académique composé des 4 événements séquentiels est traité. Une analyse comparative entre les modèles (dynamique et statique), illustrée par des résultats numériques, a également été effectuée.

Au chapitre 7, la simulation numérique par la méthode de Monte-Carlo est brièvement présentée et illustrée à travers quelques applications. Nous avons mis l'accent sur la notion d'échantillonnage analytique bijective, la démarche générique (le jeu), l'encaissement (le score) et l'exploitation statistique (score moyen, écart type et variance) en

quelques cas simples, en deux cas de simulation. Le premier cas de simulation décrit l'évolution dans le temps d'un système représenté par son graphe d'états. On simule donc les transitions entre les états pour en déterminer principalement : le temps moyen de séjour par état et le nombre de séjours à chaque état dans un intervalle du temps donné. Le second cas concerne un système décrit par ses composants élémentaires et sa structure logique. On détermine principalement sa fiabilité et son histogramme de fonctionnement, à partir de la simulation des histogrammes de fonctionnement de ses composants élémentaires. Nous n'avons pas traité plusieurs sujets importants en simulation par la méthode de Monte-Carlo, à noter : l'échantillonnage non analytique, les techniques d'accélération, et la propagation des incertitudes. Mais, la connaissance de base présentée dans le chapitre doit permettre aux lecteurs qui le souhaitent de compléter indépendamment leurs connaissances sur ces sujets en fonction de leurs besoins professionnels en temps réel.

Finalement, la modélisation fonctionnelle ne serait pas d'intérêt applicatif en ingénierie des systèmes sans les données de défaillance et de réparation issues du monde réel. Le chapitre 8 sera donc dédié à l'acquisition de ces données et leurs traitements statiques, soit *via* des campagnes de test, soit *via* des analyses de retour d'expériences opérationnelles. Il présente les essais physiques utilisés en fiabilités. Ces essais permettent d'obtenir des données sur la fiabilité des systèmes conçus ou fabriqués. Lorsqu'un nouveau prototype comporte des innovations et qu'il n'existe pas de données ou qu'elles sont indisponibles, il est nécessaire pour l'optimisation du produit de construire une base de connaissance à l'aide d'essais physiques. Celle-ci permet de connaître la fiabilité des composants en fonction des sollicitations auxquels ils sont soumis.

Parmi les différents essais permettant de tester la fiabilité des produits industriels, on peut distinguer les essais accélérés, les essais aggravés et les essais bayésiens.