

Avant-propos

*Je suis abasourdi par le nombre de personnes
qui veulent « connaître » l'Univers
alors qu'il est déjà suffisamment difficile
de se repérer dans le quartier chinois
de New York.*

Woody Allen

Pendant mes études en physique, les cours de physique des plasmas m'ont toujours paru terriblement ennuyeux. Je ne saurais dire pourquoi exactement mais j'aspirais à des choses fondamentales et je peinais à voir un aspect essentiel dans les cours sur les plasmas. C'est donc assez naturellement que je me suis orienté vers des branches plus fondamentales de la physique. Ce n'est que lorsque, par un concours de circonstances, je me suis retrouvé à intégrer un laboratoire de physique des plasmas que j'ai remis en question mes convictions. J'y ai découvert que les outils et méthodes que j'associais à la physique des plasmas n'étaient pas confinés à l'étude des plasmas mais avaient une portée bien plus générale.

Progressivement, je découvrais, d'une façon plus claire, les théories passionnantes derrière l'étude des plasmas, à savoir la physique statistique et la théorie cinétique des gaz. Par ailleurs, je découvrais également, avec surprise, l'utilité des méthodes que je pensais propres aux plasmas dans des domaines aussi divers et variés que l'astrophysique, la cosmologie, les modèles de matière noire, l'étude des condensats de Bose-Einstein, la physique des particules, etc. Je m'étais réconcilié, pour ainsi dire, avec la physique des plasmas, à telle enseigne que j'ai décidé d'écrire cet ouvrage.

Au-delà de certains phénomènes propres aux plasmas, deux grandes approches existent dans l'étude des plasmas et, de manière plus générale, dans l'étude de systèmes

complexes, composés d'un grand nombre de degrés de liberté, à savoir l'approche *hydrodynamique* et l'approche *cinétique*. Chacune a ses vertus et ses limites. Ce livre résume les bases théoriques de ces deux approches, et présente les qualités et les limites de chacune, ainsi que les ponts qui existent entre elles. Les applications de ces deux approches sont innombrables. Cet ouvrage en présente quelques-unes ; une goutte d'eau dans un océan !

Il existe d'excellents livres couvrant la physique des plasmas d'une manière bien plus complète. Cet ouvrage est cependant peut-être moins conventionnel, en ceci qu'il tente de mettre l'accent sur le caractère plus général des méthodes habituellement attribuées (à tort ou à raison) à la physique des plasmas. Les méthodes y sont développées dans un cadre théorique très général, suivi d'applications dans les plasmas, mais aussi dans les systèmes gravitationnels, l'étude des condensats de Bose-Einstein, la cosmologie et les modèles de matière noire. L'étudiant que j'ai un jour été, et qui ne portait pas d'intérêt particulier à la physique des plasmas, aurait été certainement ravi d'ouvrir les yeux sur la richesse de ces méthodes et les nombreux domaines où elles s'avèrent indispensables.

Cet ouvrage sera utile, espérons-le, aux étudiants en master ou en doctorat, ainsi qu'aux jeunes chercheurs, travaillant dans des domaines impliquant l'étude d'un grand nombre de particules et des phénomènes collectifs, tels que la théorie des plasmas, la théorie de la matière condensée, l'astrophysique et la cosmologie. La recherche scientifique se faisant de plus en plus interdisciplinaire, cet ouvrage pourrait avoir un intérêt croissant à l'avenir. En effet, il est indispensable aujourd'hui pour un physicien d'avoir une vue d'ensemble sur les différentes branches de la physique, et d'en avoir une connaissance, même quelque peu superficielle. Il devient tout aussi indispensable de connaître les ponts qui existent entre les différentes branches et d'aspirer à en construire de nouveaux.

Le processus de la recherche scientifique étant lui-même un phénomène collectif, j'ai bénéficié de beaucoup d'échanges avec des collègues. Ces échanges ont beaucoup contribué à guider ma pensée et m'ont permis de cristalliser ces idées dans cet ouvrage. En particulier, des échanges avec Hugo Terças et Tito Mendonça m'ont ouvert les yeux sur la richesse et la flexibilité de l'approche cinétique quantique. Aussi, beaucoup de collègues et amis m'ont encouragé (des encouragements allant parfois presque jusqu'à la menace !) à écrire cet ouvrage. Je ne pourrai pas les citer tous ici, mais ils se reconnaîtront.

Introduction

*Tous les modèles sont faux,
mais certains sont utiles.*

George Box

La notion de système isolé est une idéalisation théorique. En réalité, dans l'Univers, tout est connecté à tout et tout interagit avec tout. Il est en effet difficile de concevoir une particule libre, parfaitement isolée du reste de l'Univers. Et quand bien même une telle situation serait envisageable, elle serait tout à fait inintéressante. Sur le plan pratique aussi, il est extrêmement difficile de réaliser une expérience sur une ou un petit nombre de particules qui seraient, et resteraient tout le long de l'expérience, isolées du reste de l'Univers. Cela impliquerait en effet le contrôle absolu de toute forme d'interaction ou d'échange entre la ou les particules en question et leur environnement immédiat ; une tâche bien difficile ! Ainsi, même si le problème porte sur une ou un petit nombre de particules, un modèle idéal prendrait en considération les échanges d'énergie avec le reste de l'Univers qui jouerait ainsi le rôle de réservoir de chaleur (et/ou de particules). Un tel modèle contiendrait, au moins en principe, la dynamique de l'ensemble des particules ou des degrés de libertés qui constituent l'environnement.

Une leçon à tirer de cela est la suivante : un modèle permettant de faire des prédictions fiables, facilement testable et vérifiables empiriquement, doit nécessairement faire intervenir (au moins d'une façon indirecte) un grand nombre de degrés de libertés. C'est en effet la raison pour laquelle les méthodes statistiques sont omniprésentes en physique.

Des prouesses techniques prodigieuses ont été réalisées ces dernières décennies dans les expériences *in situ*, c'est-à-dire faites en laboratoire. Il est en effet possible

aujourd'hui de faire des mesures d'une précision extrême et dans des régimes d'énergie de plus en plus élevés. Ces expériences, cependant, ont un coût. Aussi, il peut être avantageux de se tourner vers le plus grand laboratoire du monde, c'est-à-dire regarder vers le ciel et comparer nos prédictions théoriques avec les observations spatiales et astrophysiques. Or, en regardant le ciel, que voit-on ? Essentiellement, des étoiles et de grandes étendues de gaz, partiellement ou totalement ionisés ; c'est ce que l'on appelle un plasma. C'est là l'intérêt moderne pour la physique des plasmas (en plus de l'intérêt pratique qu'ils suscitent, eu égard à leur application dans diverses technologies). Les plasmas constituent en effet un excellent terrain pour tester les prédictions théoriques et les comparer avec les observations.

Il est cependant important de ne pas voir la physique des plasmas comme un corpus de méthodes et d'outils *nés en physique des plasmas et applicables aux plasmas uniquement* ; la réalité est un peu plus complexe ! En effet, toute l'approche cinétique de la physique des plasmas découle de la théorie cinétique des gaz, développée essentiellement par Boltzmann au XIX^e siècle (Cohen et Thirring 2012), pour les gaz neutres classiques. Aussi, des méthodes nées dans le cadre de la physique des plasmas, telles que les transformations intégrales introduites par Landau (1946), trouvent une nouvelle vie à travers des applications plus contemporaines, en cosmologie par exemple (Baym *et al.* 2017 ; Moretti *et al.* 2020). Pour illustrer cela, et sans entrer dans les détails techniques, prenons l'exemple d'un plasma quantique, qui peut être décrit, de manière cinétique ou hydrodynamique, par l'équation de Schrödinger couplée à l'équation de Poisson pour le champ coulombien. Remplacez l'équation de Poisson du champ coulombien, par l'équation de Poisson du champ gravitationnel et vous avez un modèle de matière noire (Bernal et Guzmán 2006 ; Ourabah 2020b) (c'est-à-dire *scalar field dark matter*) ! Ainsi, il est important de ne pas voir ces outils comme propres à la physique des plasmas, mais voir leur application dans les plasmas comme un cas particulier, d'une approche dont la portée est bien plus générale. C'est précisément cet aspect que ce livre tente de mettre en évidence.

Un modèle idéal, quoique irréalisable, lorsqu'on a à faire à un système complexe composé d'un grand nombre de particules comme un plasma, consisterait à écrire et à résoudre les équations du mouvement de l'ensemble des particules. Cela reviendrait à écrire $N \sim 10^{23}$ équations aux dérivées partielles et à les intégrer, ce qui implique de connaître la position et la vitesse initiale de chaque particule. Une telle méthode est clairement hors de notre portée. Ainsi, Laplace avait imaginé une intelligence surnaturelle (Laplace 1814), c'est-à-dire *le démon de Laplace* (voir figure 1), qui connaîtrait, avec une précision infinie, la position et la vitesse de chaque particule et pourrait ainsi prédire l'évolution de tout système, voire de l'Univers tout entier : « Rien ne serait incertain pour [lui], et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux. » Hors, nous ne sommes pas des démons de Laplace et nous devons composer avec l'information dont on dispose et nos limites à traiter une telle information. La meilleure stratégie, en

pratique, est ainsi celle qui saura « faire le tri » entre l'information superflue et l'information indispensable pour prédire l'évolution du système. Deux grandes approches s'affrontent, dans ce but : la théorie cinétique et les modèles hydrodynamiques.

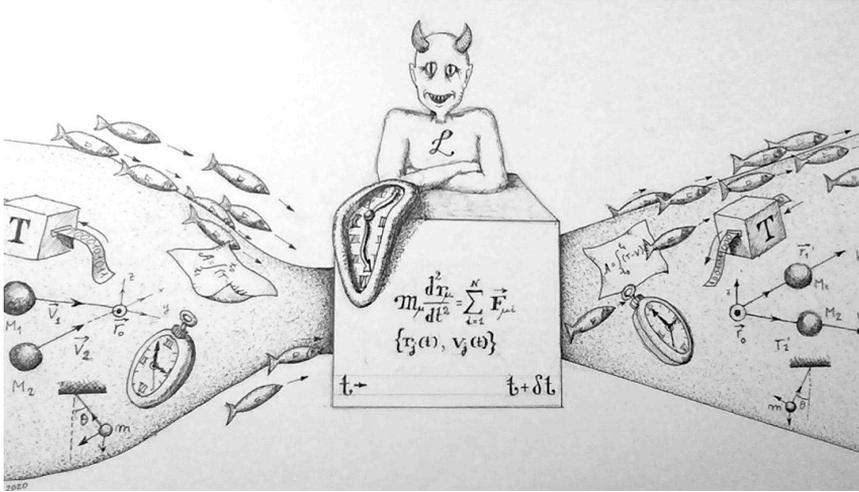


Figure 1. Illustration du démon de Laplace par Ricard Solé

Une première stratégie consiste à omettre tous les détails à l'échelle microscopique. Ainsi, au lieu de considérer les équations du mouvement individuelles de chacune des particules composant le système, cette stratégie propose de décrire l'évolution globale de la densité de particules dans le milieu. Une telle approche est dite *hydrodynamique* ou *fluide*. Bien que simpliste en un sens, elle permet de décrire par exemple la propagation d'ondes sonores dans les milieux et explique, dans une certaine mesure, la formation d'étoiles à partir de gaz de poussière, c'est-à-dire *instabilité de Jeans* (voir chapitre 6).

Une autre approche, peut-être plus ambitieuse, consiste à introduire une forme d'individualisme en ceci qu'elle introduit la notion de *fonction de distribution*. Une telle approche ne traite plus les particules composant le système comme étant identiques les unes aux autres, mais permet de décrire les différences, de vitesse ou d'énergie, entre elles. C'est ce que l'on appelle la *théorie cinétique*. Il est important de comprendre cependant qu'aucune méthode n'est meilleure que l'autre dans l'absolu. S'il est vrai que la théorie cinétique est plus précise que le modèle fluide, elle est aussi plus difficile à implémenter dans les simulations numériques. Ces simulations sont très souvent indispensables pour confronter les prédictions théoriques aux mesures observationnelles.

Cet ouvrage présente les bases théoriques de ces deux approches, les vertus et les limites de chacune, ainsi que les ponts qui existent entre elles. L'évolution du livre n'est pas chronologique ; ainsi, la théorie cinétique sera présentée avant le modèle hydrodynamique, bien que historiquement, le modèle fluide ait vu le jour avant la théorie cinétique. Ce choix est motivé par le fait que les équations hydrodynamiques peuvent être démontrées à partir de la théorie cinétique, suivant certaines approximations.

L'ouvrage est divisé en deux grandes parties ; la partie 1, théorique, vise à présenter les approches cinétique et hydrodynamique, dans un cadre théorique très général. Les modèles y sont développés de sorte à être applicables à différentes situations physiques, qui peuvent être traitées sur un même pied d'égalité. La partie 2, quant à elle, regroupe des applications de ces méthodes dans des situations physiques spécifiques, dans les plasmas, les systèmes gravitationnels, les condensats de Bose-Einstein, ainsi que dans la cosmologie et l'étude de la matière noire.

Plus précisément, le chapitre 1 sera consacré à la théorie cinétique et le chapitre 2 à l'approche hydrodynamique ; les deux étant développées dans un cadre classique non quantique et non relativiste. Le chapitre 3 présente une généralisation de ces méthodes dans le cadre de la mécanique quantique. Il vise à présenter le modèle hydrodynamique quantique et la théorie cinétique quantique de Wigner-Moyal. Ces deux approches constituent des outils indispensables à la physique moderne et permettent de décrire, sur un pied d'égalité, un grand nombre de systèmes (Mendonça et Terças 2013 ; Mendonça 2019 ; Ourabah 2021), allant des plasmas quantiques aux condensats de Bose-Einstein et aux assemblées d'atomes froids dans des réseaux optiques. Le chapitre 4 présente une généralisation des approches cinétique et hydrodynamique à la théorie de la relativité, restreinte et générale. Une telle généralisation permet d'adapter les méthodes hydrodynamique et cinétique à des conditions astrophysiques extrêmes, où les vitesses des particules se rapprochent de la vitesse de la lumière, et aux espaces courbes.

La partie 2 regroupe des applications des approches cinétique et hydrodynamique, et leurs généralisations à la mécanique quantique et à la théorie de la relativité, dans des systèmes physiques divers. Lorsqu'il sera jugé nécessaire, les deux approches seront appliquées au même problème, permettant ainsi de voir les vertus et les limites de chacune. Dans d'autres cas, l'une des approches sera privilégiée, par simplicité, en donnant toutefois suffisamment d'indices dans l'emploi de l'autre méthode.

Le chapitre 5 sera consacré à l'étude des plasmas. Nous y traiterons essentiellement les oscillations dans les plasmas, aussi bien classiques que quantiques ou relativistes. Nous y étudierons également le phénomène de l'*amortissement de Landau* ;

un phénomène purement cinétique qui ne peut être étudié dans un cadre hydrodynamique. Dans le chapitre 6, nous mettrons à profit l'analogie entre les interactions coulombiennes et les interactions gravitationnelles, pour étudier les systèmes gravitationnels ou, plus précisément, les systèmes de particules auto-gravitantes, c'est-à-dire systèmes de particules interagissant entre elles *via* des interactions gravitationnelles. Nous y étudierons essentiellement le phénomène analogue aux oscillations dans les plasmas, à savoir l'instabilité gravitationnelle de Jeans ; c'est le phénomène qui explique la formation d'étoiles à partir de nuages moléculaires. Nous présenterons différentes variantes du problème, par exemple en présence de matière noire et dans le cadre de théories alternatives de la gravitation.

Le chapitre 7 sera consacré à l'emploi des approches hydrodynamique et cinétique à l'étude des condensats de Bose-Einstein (un état particulier d'un gaz quantique à très basse température). Les condensats de Bose-Einstein étant quantiques, nous présenterons l'utilisation des généralisations quantiques, à savoir le modèle hydrodynamique quantique et la théorie cinétique de Wigner-Moyal. Nous verrons que, là encore, un phénomène similaire aux oscillations dans les plasmas existe dans les condensats de Bose-Einstein ; c'est ce que l'on appelle les *excitations de Bogoliubov*. Enfin, dans le chapitre 8, nous présenterons des applications des méthodes hydrodynamique et cinétique dans le cadre de la cosmologie et l'étude de la matière noire. Nous insisterons principalement sur la formulation des équations hydrodynamiques dans un univers en expansion. Nous étudierons également un modèle de matière noire, composé de champs scalaires.

La liste des applications présentées ici est, évidemment, loin d'être exhaustive. Les approches hydrodynamique et cinétique sont, en effet, d'une grande flexibilité et trouvent des applications dans un nombre croissant de domaines. Les applications abordées dans cet ouvrage peuvent être vues cependant comme un point de départ pour étudier d'autres systèmes pouvant être décrits formellement par des équations similaires. Aussi, nous dirigerons le lecteur, à travers une bibliographie riche couvrant l'état de l'art de la recherche dans ce domaine, vers d'autres applications dans des domaines très actifs de la recherche scientifique.