

Table des matières

Avant-propos	1
1 Introduction au contact en mécanique des structures	3
1.1 Résolution numérique d'un problème de contact par la méthode de pénalité	5
1.2 Résolution numérique d'un problème de contact par la méthode des multiplicateurs	10
1.2.1 Préliminaires : problèmes avec des contraintes d'égalité	10
1.2.2 Problèmes avec des contraintes d'inégalité	12
1.3 Résolution numérique d'un problème de contact par la méthode du lagrangien augmenté	17
1.4 Synopsis du livre	22
2 Cinématique du contact	25
2.1 Mouvement et déformation	25
2.2 Surfaces de contact potentiel	26
2.3 Cinématique normale du contact	28
2.4 Variation dans le temps des grandeurs cinématiques	31
2.5 Cinématique tangentielle du contact – Vitesse relative	36
3 Sthénique du contact	39
3.1 Contraintes dans les corps	39
3.2 Vecteur contrainte de contact	39
4 Loi de comportement	41
4.1 Matériaux hyperélastiques	41
4.2 Matériaux élastoplastiques à écrouissage isotrope	43
5 Lois de contact	47
5.1 Loi de contact normal	47
5.2 Loi de contact tangentiel	49
6 Formulation forte du problème de contact	53
6.1 Équations locales	53
6.2 Conditions aux limites	54

6.3	Conditions initiales	55
6.4	Remarques	55
7	Formulation faible du problème de contact	57
7.1	Transformer les lois de contact en égalités	57
7.2	Idées préliminaires pour la forme faible	61
7.3	Forme faible du problème de contact	62
7.4	Équivalence entre la forme forte et la forme faible	64
7.5	Remarques finales	68
8	Équations matricielles du problème de contact	69
8.1	Introduction	69
8.2	Maillages	70
8.3	Notations matricielles en éléments finis	72
8.4	Les vecteurs nodaux élémentaires	73
8.5	Interpolations des positions, des déplacements et des vitesses virtuelles	74
8.5.1	Interpolation sur la surface contactrice	74
8.5.2	Interpolation sur la surface cible	75
8.6	Interpolation des multiplicateurs	76
8.6.1	Définition du vecteur λ	76
8.6.2	Interpolation de λ	77
8.6.3	Interpolation de λ^*	78
8.7	Discrétisation de la puissance virtuelle élémentaire de contact $(\mathcal{P}_{\text{contact}}^*)^{e^{(1)}}$	78
8.7.1	Expressions explicites de $\{\Phi_{\text{contact}}^{e^{(1)}}\}$, $\{\Phi_{\text{contact}}^{e^{(2)}}\}$ et $\{\mathbf{R}_{\Lambda}^{e^{(1)}}\}$ dans les trois cas : <i>gap</i> algorithmique, <i>slip</i> algorithmique et <i>stick</i> algorithmique	84
8.8	Système d'équations matricielles du problème de contact	87
8.8.1	Les vecteurs nodaux globaux	87
8.8.2	Discrétisation des termes classiques	88
8.8.3	Assemblage des puissances virtuelles élémentaires de contact	89
8.8.4	Système d'équations matricielles	92
8.9	Contraintes de contact anormales	94
8.9.1	Première cause des contraintes de contact anormales	94
8.9.2	Deuxième cause des contraintes de contact anormales	96
8.9.3	Troisième cause des contraintes de contact anormales	97
8.10	Calcul de projection : détection du contact	98
8.11	Expression discrète du glissement $\mathbf{V}_T \Delta t$	99
8.12	Unités physiques	104
8.13	Résumé du chapitre	105
9	Résolution du problème de contact en quasi-statique	107
9.1	Système d'équations du problème de contact statique	107
9.2	Initialisation de la boucle des incréments : les vecteurs \mathbf{U}_0, Λ_0	109
9.3	Calcul d'un incrément $n \geq 1$: calcul de \mathbf{U}_n, Λ_n	109
9.3.1	Principe du schéma itératif de Newton-Raphson	109
9.3.2	Matrice tangente	111
9.3.3	Résolution par blocs	112
9.3.4	Initialisation de la boucle des itérations : les vecteurs $\mathbf{U}_n^0, \Lambda_n^0$	113
9.4	Algorithme de résolution	113
9.5	Méthode de calcul de la matrice tangente	115

9.5.1	Méthode directe	115
9.5.2	Méthode indirecte	116
9.5.3	Restriction à la matrice tangente de contact	119
9.6	Calcul de la matrice tangente de contact	120
9.6.1	Variations des arguments de la fonctionnelle $\mathcal{P}_{\text{contact}}^*$	120
9.6.2	Calcul de la variation $\delta\mathcal{P}_{\text{contact}}^*$	124
9.6.3	Calcul de la variation $(\delta\mathcal{P}_{\text{contact}}^*)^{e(1)}$	125
9.6.4	Discrétisation de la variation $(\delta\mathcal{P}_{\text{contact}}^*)^{e(1)}$ – Matrice tangente de contact élémentaire $[\mathbf{K}_{\text{contact}}^e]$	130
9.6.5	Discrétisation de la variation $\delta\mathcal{P}_{\text{contact}}^*$ – Matrice tangente de contact $[\mathbf{K}_{\text{contact}}]$	133
9.6.6	Expression explicite de la matrice tangente de contact élémentaire $[\mathbf{K}_{\text{contact}}^e]$	136
9.6.7	$[\mathbf{K}_{\text{contact}}^e]$ dans le cas du <i>gap</i> algorithmique au point d'intégration considéré	141
9.6.8	$[\mathbf{K}_{\text{contact}}^e]$ dans le cas du contact algorithmique avec <i>slip</i> au point d'intégration considéré	141
9.6.9	$[\mathbf{K}_{\text{contact}}^e]$ dans le cas du contact algorithmique avec <i>stick</i> au point d'intégration considéré	143
9.6.10	Symétrie de la matrice tangente de contact $[\mathbf{K}_{\text{contact}}]$	145
9.7	Cas particulier de deux corps sans contact	145
9.8	Cas particulier du problème sans frottement	147
9.8.1	Cas du <i>gap</i> algorithmique au point d'intégration considéré	148
9.8.2	Cas du contact algorithmique avec <i>slip</i> au point d'intégration considéré	149
9.9	Résolution avec incrémentation de la longueur d'arc	149
9.10	Unités physiques	151
9.11	Résumé du chapitre	152
10	Exemples numériques en contact quasi-statique	153
10.1	Patch test en contact	153
10.2	Contact de Hertz	155
10.2.1	Cas du contact sans frottement	156
10.2.2	Cas du contact avec frottement $\mu = 0.3$	159
10.3	Disque roulant	163
10.4	Contact de deux poutres	167
10.4.1	Chargement mort	168
10.4.2	Chargement suiveur	172
10.5	Contact de deux membranes pressurisées	175
10.5.1	Membranes centrées	176
10.5.2	Membranes décalées selon x	178
10.6	Extrusion d'un cylindre élastoplastique	181
10.7	Frettage d'un cylindre élastoplastique	186
10.7.1	Contraintes de contact anormales	189
10.7.2	Influence du maillage	190
10.8	Conclusion	191

11	Résolution du problème de contact en dynamique	193
11.1	Une brève revue des méthodes de résolution numérique en contact dynamique	193
11.2	Résolution du problème de contact dynamique à l'aide du schéma de Newmark	196
11.2.1	Initialisation de la boucle des incréments : les vecteurs $\mathbf{U}_0, \mathbf{V}_0, \mathbf{A}_0, \mathbf{\Lambda}_0$	198
11.2.2	Calcul d'un incrément $n \geq 1$: calcul de $\mathbf{U}_n, \mathbf{V}_n, \mathbf{A}_n, \mathbf{\Lambda}_n$	198
11.2.3	Initialisation de la boucle des itérations : les vecteurs $\mathbf{U}_n^0, \mathbf{V}_n^0, \mathbf{A}_n^0, \mathbf{\Lambda}_n^0$	203
11.3	Algorithme de résolution	204
11.4	En résumé	204
12	Exemples numériques en contact dynamique	207
12.1	Impact de deux barres élastiques	207
12.1.1	Solution analytique	208
12.1.2	Applications numériques	211
12.1.3	Résolution numérique	211
12.2	Disque impactant un plan rigide	215
12.2.1	Cas sans frottement	216
12.2.2	Cas avec frottement $\mu = 0.3$	219
12.3	Disque tombant dans un entonnoir	222
12.3.1	Cas sans frottement	225
12.3.2	Cas avec frottement $\mu = 0.4$	228
12.4	Remarques finales	230
	Annexe. Variations des grandeurs cinématiques	233
	Bibliographie	241
	Index	249