

Table des matières

Avant-propos	1
Introduction	3
Chapitre 1. Probabilités élémentaires et introduction aux processus stochastiques	5
1.1. Tribus et mesures	6
1.2. Éléments de probabilités	9
1.2.1. Probabilités	9
1.2.2. Variables aléatoires	12
1.2.3. Tribu engendrée par une variable aléatoire	17
1.2.4. Vecteurs aléatoires	19
1.2.5. Convergence des suites de variables aléatoires	21
1.3. Processus stochastiques	22
1.4. Exercices	24
Chapitre 2. Espérance conditionnelle	27
2.1. Probabilité conditionnelle par rapport à un événement	27
2.2. Espérance conditionnelle	30
2.2.1. Définitions	30
2.2.2. Propriétés de l'espérance conditionnelle	35
2.3. Interprétation géométrique	44
2.4. Espérance conditionnelle et indépendance	45
2.5. Exercices	49

Chapitre 3. Marches aléatoires	53
3.1. Trajectoires de la marche aléatoire	53
3.1.1. Définition	54
3.1.2. Représentation graphique	55
3.1.3. Principe de réflexion	58
3.2. Comportement asymptotique	60
3.2.1. Propriété de Markov et stationnarité	61
3.2.2. Premier retour en 0	63
3.3. La ruine de la joueuse	67
3.4. Exercices	69
Chapitre 4. Martingales	73
4.1. Définition	73
4.2. Transformée de martingale	76
4.3. Décomposition de Doob	78
4.4. Temps d'arrêt	80
4.5. Martingales stoppées	82
4.6. Exercices	86
Chapitre 5. Marchés financiers	93
5.1. Actifs financiers	94
5.2. Stratégies d'investissement	94
5.3. Arbitrage	97
5.4. Modèle de Cox Ross et Rubinstein	98
5.5. Exercices	100
5.6. TP	102
5.6.1. Simulation de trajectoires	102
5.6.2. Gestion optimale de portefeuille	102
5.6.3. Gestion optimale de portefeuille avec consommation	104
Chapitre 6. Options européennes	107
6.1. Définition	107
6.2. Marchés complets	108
6.3. Évaluation et couverture	109
6.4. Modèle de Cox Ross et Rubinstein	111
6.4.1. Complétude	111
6.4.2. Valeur des options européennes	113
6.4.3. Couverture des options européennes	115

6.5. Exercices	117
6.6. TP : simulation de la valeur d'une option d'achat	118

Chapitre 7. Options américaines 119

7.1. Définition	119
7.2. Arrêt optimal	121
7.2.1. Enveloppe de Snell et arrêt optimal	122
7.2.2. Construction de temps d'arrêt optimaux	123
7.3. Application aux options américaines	126
7.4. Modèle de Cox Ross et Rubinstein	127
7.4.1. Valeur des options américaines	127
7.4.2. Couverture des options américaines	128
7.5. Exercices	129
7.6. TP	130

Chapitre 8. Corrigés des exercices et des TP 133

8.1. Solution des exercices du chapitre 1	133
8.1.1. Corrigé de l'exercice 1.1	133
8.1.2. Corrigé de l'exercice 1.2	134
8.1.3. Corrigé de l'exercice 1.3	134
8.1.4. Corrigé de l'exercice 1.4	134
8.1.5. Corrigé de l'exercice 1.5	135
8.1.6. Corrigé de l'exercice 1.6	136
8.1.7. Corrigé de l'exercice 1.7	137
8.1.8. Corrigé de l'exercice 1.8	139
8.2. Solution des exercices du chapitre 2	141
8.2.1. Corrigé de l'exercice 2.1	141
8.2.2. Corrigé de l'exercice 2.2	143
8.2.3. Corrigé de l'exercice 2.3	145
8.2.4. Corrigé de l'exercice 2.4	147
8.2.5. Corrigé de l'exercice 2.5	148
8.2.6. Corrigé de l'exercice 2.6	149
8.2.7. Corrigé de l'exercice 2.7	150
8.2.8. Corrigé de l'exercice 2.8	151
8.2.9. Corrigé de l'exercice 2.9	152
8.2.10. Corrigé de l'exercice 2.10	153
8.2.11. Corrigé de l'exercice 2.11	156
8.2.12. Corrigé de l'exercice 2.12	158

8.3. Solution des exercices du chapitre 3	159
8.3.1. Corrigé de l'exercice 3.1	159
8.3.2. Corrigé de l'exercice 3.2	159
8.3.3. Corrigé de l'exercice 3.3	162
8.3.4. Corrigé de l'exercice 3.4	162
8.3.5. Corrigé de l'exercice 3.5	163
8.3.6. Corrigé de l'exercice 3.6	164
8.3.7. Corrigé de l'exercice 3.7	164
8.3.8. Corrigé de l'exercice 3.8	166
8.4. Solution des exercices du chapitre 4	167
8.4.1. Corrigé de l'exercice 4.1	167
8.4.2. Corrigé de l'exercice 4.2	167
8.4.3. Corrigé de l'exercice 4.3	168
8.4.4. Corrigé de l'exercice 4.4	169
8.4.5. Corrigé de l'exercice 4.5	170
8.4.6. Corrigé de l'exercice 4.6	174
8.4.7. Corrigé de l'exercice 4.7	177
8.4.8. Corrigé de l'exercice 4.8	180
8.4.9. Corrigé de l'exercice 4.9	181
8.4.10. Corrigé de l'exercice 4.10	183
8.4.11. Corrigé de l'exercice 4.11	185
8.5. Solution des exercices du chapitre 5	187
8.5.1. Corrigé de l'exercice 5.1	187
8.5.2. Corrigé de l'exercice 5.2	189
8.5.3. Corrigé de l'exercice 5.3	191
8.5.4. Corrigé de l'exercice 5.4	192
8.5.5. Corrigé de l'exercice 5.5	192
8.6. Solution des TP du chapitre 5	192
8.6.1. Corrigé du TP section 5.6.1	193
8.6.2. Corrigé du TP section 5.6.2	193
8.6.3. Corrigé du TP section 5.6.3	205
8.7. Solution des exercices du chapitre 6	212
8.7.1. Corrigé de l'exercice 6.1	212
8.7.2. Corrigé de l'exercice 6.2	213
8.7.3. Corrigé de l'exercice 6.3	213
8.7.4. Corrigé de l'exercice 6.4	215
8.8. Solution du TP du chapitre 6 (section 6.6)	216
8.9. Solution des exercices du chapitre 7	219
8.9.1. Corrigé de l'exercice 7.1	219

8.9.2. Corrigé de l'exercice 7.2	220
8.9.3. Corrigé de l'exercice 7.3	220
8.10. Solution du TP du chapitre 7 (section 7.6)	224

Bibliographie	233
--------------------------------	------------

Index	235
------------------------	------------