Avant-propos

Cet ouvrage traite des systèmes dynamiques, retardés ou non, régis par des équations différentielles, aux différences, ou différentielles aux différences. L'approche adoptée est « moderne », à savoir, du point de vue de l'auteur, celle qui s'est peu à peu imposée depuis la dernière décennie du XX^e siècle : dans cette perspective, un système peut être représenté soit par un ensemble d'équations, ou mieux par l'objet abstrait qui les résume – dans le cas linéaire, il s'agit d'un module – ; soit par l'ensemble des solutions à ces équations – qui constitue le « comportement » du système. On passe des équations aux solutions grâce à un « foncteur » – notion devenue classique depuis l'avènement de la théorie des catégories dans la seconde moitié du XX^e siècle. Dans les cas favorables où le module a de « bonnes propriétés » (condition de nature algébrique) de même que l'espace fonctionnel dans lequel sont cherchées les solutions (condition de nature analytique), ce foncteur est une « dualité ». La connaissance des solutions équivaut alors pour l'essentiel à celle des solutions, ce qui permet à l'automaticien (qu'il soit théoricien ou praticien) de tirer parti de toutes les ressources de l'algèbre et de l'analyse, conformément à l'esprit de l'« analyse algébrique ».

Aucun système dynamique n'est réellement linéaire : un circuit RLC, par exemple, est non linéaire du fait qu'une résistance a une caractéristique non linéaire dès lors qu'elle fonctionne sur une plage suffisamment grande. Un tel circuit n'est pas davantage régi par une équation différentielle si l'on prend en compte la propagation du champ électromagnétique (obéissant à l'équation des ondes, qui est aux dérivées partielles). Néanmoins, tous ces phénomènes peuvent dans la majeure partie des cas être négligés, au moins en première analyse. Si l'on a affaire à un système intrinsèquement non linéaire, il est souvent très efficace, pour en concevoir une loi de commande appropriée, de le linéariser autour d'un point de fonctionnement nominal ou autour d'une trajectoire nominale ; le modèle obtenu est un système linéaire, stationnaire dans le premier cas, instationnaire dans le second. Aussi est-il raisonnable, au moins dans une première étape (et c'est ce que nous faisons dans cet ouvrage) de considérer le cas des systèmes linéaires. Néanmoins, les systèmes non linéaires font l'objet d'une abondante littérature (voir par exemple [ISI 95, KHA 95]). La commande robuste de ces systèmes est abordée dans [FRC 06].

Dans tout ce qui suit, « système » signifie « système dynamique » (ce qui exclut bien évidemment les systèmes philosophiques, logiques, informatiques, etc.). Malgré cette restriction, la notion de système recouvre des réalités très diverses qui requièrent des méthodes d'analyse fort différentes. Le système solaire, pour prendre cet exemple combien célèbre, et à juste titre, pose depuis Poincaré le problème très complexe des N corps et des comportements chaotiques qui en résultent [ARN 06]. Mais en automatique, on s'intéresse au premier chef aux systèmes conçus par et pour l'homme (voitures, avions, robots[1], etc.). Ils sont en général instrumentés, munis d'actionneurs pour les commander et de capteurs pour mesurer leurs réponses à des sollicitations, et pour cette raison nous les appellerons, comme dans [BLS 10], des *systèmes de commande*. Certaines situations peuvent néanmoins se produire où une installation existe sans qu'ait encore été étudié quelles sont les variables de commande et de mesure les plus pertinentes. L'une des premières tâches de l'automaticien sera alors de réaliser cette étude, pour un *système* qui n'est donc *pas encore* un *système de commande*. La méthodologie à suivre pour cette question [BLS 96] ne pourra être exposée qu'après l'étude détaillée de la « structure à l'infini » des systèmes.

Un système, tel qu'on le conçoit ici, fait donc partie du monde matériel. L'ingénieur, le scientifique, s'en font une représentation mathématique, à base d'équations (différentielles, récurrentes, etc.) ou d'autres objets mathématiques. C'est pourquoi il convient de dire de ce système qu'il est *représenté* (ou *caractérisé*, *régi*, éventuellement *défini*) par ces équations (ou tel ensemble de matrices, tel module, etc.), mais le système lui-même est bien entendu distinct de sa représentation et, comme disent les philosophes, transcendant à celle-ci[2].

Bien que cet ouvrage ne soit pas une histoire de l'automatique, pour laquelle le lecteur peut consulter notamment [BEL 64, BEN 79, BEN 93, BIS 09, MAY 70], il est apparu nécessaire, pour des raisons pédagogiques, d'indiquer au chapitre 1 quelques jalons de l'évolution de cette discipline. Le formalisme utilisé pour représenter un système a évolué, au cours du XX^e^ siècle, du cadre classique des fonctions de transfert (dont Bode était l'un des principaux protagonistes) à celui – comme on l'a évoqué plus haut – de l'analyse algébrique (comportements, modules, foncteurs, etc., introduits en automatique par Willems, Fliess, Oberst et leurs collaborateurs ou émules) en passant

1. Pour paraphraser l'Évangile, « le robot est fait pour l'homme et non l'homme pour le robot », ce que notre société n'a que trop tendance à oublier.

2. Néanmoins, les abus de langage « sans lesquels tout texte mathématique risque de devenir pédantesque et même illisible » (*dixit* Bourbaki) ne pourront toujours être évités, et il arrivera donc que l'on parle d'un « système d'état », d'un « système de Rosenbrock », etc., alors que ce ne sont que des *représentations mathématiques* du système visé.

par la représentation d'état de Kalman, d'une part pour rendre compte de ce qu'est un système dans sa totalité (ce que les fonctions de transfert ne peuvent pas faire), d'autre part pour éviter à l'automaticien de rester prisonnier d'une mise en équation et de variables particulières (démarche qui n'est pas sans analogies avec l'adoption des formulations « covariantes » – comme disent les physiciens – en géométrie différentielle : voir [BLS 19]).

Il est alors possible, au chapitre 2, de formuler la notion de système dans le cadre approprié (ni trop général, pour éviter des complications inutiles, ni trop particulier) puis de donner toute leur ampleur aux notions de commandabilité et d'observabilité, fondamentales en automatique depuis Kalman. Ce dernier a montré que pour les systèmes linéaires stationnaires, ces notions sont « duales » l'une de l'autre, et ce « principe de dualité » est revisité. Sa validité est confirmée, tant du point de vue algébrique (« A-dual ») que « kalmanien » (« K-dual ») pour les systèmes linéaires à temps continu (éventuellement instationnaires) ; mais le cas du temps discret donne lieu à des conclusions plus nuancées.

Le chapitre 3 commence par exposer dans le langage intrinsèque des modules la théorie des pôles et zéros finis des systèmes linéaires stationnaires régis par des équations différentielles ou aux différences. Cette présentation améliore (et rectifie) celle réalisée par Bourlès et Fliess [BLS 97, FLI 96]. L'étude de l'interconnexion des systèmes mène à la paramétrisation des compensateurs stabilisants de Youla-Kučera. Seuls les compensateurs *propres* sont réalisables, et pour clore le chapitre, l'étude des compensateurs propres stabilisants est envisagée suivant différentes approches, parmi lesquelles celle promue par Vidyasagar [VID 85], fondée sur l'algèbre $\mathcal{RH}_\infty$. Le lecteur doit néanmoins conserver à l'esprit que la stabilisation des systèmes n'est qu'un objectif relativement mineur pour l'automaticien, qui vise à concevoir des régulateurs robustes [ZHO 95, MCF 90] assurant rejet de perturbation, poursuite sans erreur d'un signal de référence, etc. (voir par exemple [BLS 10]).

Les systèmes régis par des équations différentielles aux différences (de type retardé ou neutre) font l'objet du chapitre 4. Les notions indispensables sont tout d'abord introduites dans le cas général (non linéaire), mais c'est le cas linéaire qui est le plus spécialement développé. Les systèmes linéaires stationnaires de type retardé-neutre avec retards distribués commensurables peuvent être définis sur un anneau $\mathcal{H}$ qui a été introduit et étudié par Gluesing-Luerssen [GLU 97, GLU 01a] ; il a des propriétés assez semblables à l'anneau $\mathbb{R}[s]$ sur lequel sont définis les systèmes linéaires stationnaires régis par des équations différentielles ordinaires. Aussi est-il possible de développer pour les « $\mathcal{H}$-systèmes » (en évitant de refaire le livre [GLU 01a], qui n'en a nul besoin) une théorie quasi identique à celle des « $\mathbb{R}[s]$-systèmes » telle qu'exposée au chapitre 3, y compris la paramétrisation des compensateurs stabilisants. Une grande différence toutefois est que les « $\mathcal{H}$-compensateurs », pour être réalisables, doivent non seulement être propres, mais aussi non anticipatifs (soit encore « fortement non anticipatifs » selon la terminologie de [GLU 01a]), et cette double condition ne peut pas être obtenue, hélas, par des méthodes aussi simples que celles exposées à la fin du chapitre 3 : voir la section 4.3.5(III). Cette question reste encore largement ouverte [DIL 09].

La plupart des notions et résultats mathématiques nécessaires pour la compréhension de cet ouvrage ont été exposés dans [BLS 17, BLS 18, BLS 19], auxquels nous faisons abondamment référence. Il s'est néanmoins avéré utile, pour ne pas surcharger le reste du texte, d'ajouter une annexe de compléments mathématiques. Cette annexe, indépendante du reste de l'ouvrage, mais constamment utilisée dans celui-ci, comprend des rappels et compléments sur la transformation de Laplace (avec notamment l'introduction d'un espace canoniquement isomorphe à l'espace des ultradistributions, et qui est l'espace naturel des transformées de Laplace des distributions quelconques), une section sur les $\mathcal{C}_0$-semi-groupes d'opérateurs (qui jouent un rôle clé dans la théorie des systèmes régis par des équations différentielles aux différences), enfin deux sections de compléments algébriques, la première d'algèbre homologique, sur les cogénérateurs injectifs des modules de présentation finie, la seconde d'algèbre générale. Ce chapitre contient quelques résultats originaux, ou du moins que l'auteur n'a pas pu trouver dans la littérature.