

Table des matières

Avant-propos	1
Partie 1. Programmations	3
Chapitre 1. Programmation linéaire	5
1.1. Introduction	5
1.2. Définitions	6
1.3. Géométrie de la programmation linéaire	7
1.3.1. Polyèdres	7
1.3.2. Points extrêmes et sommets	8
1.4. Résolution graphique d'un programme linéaire	8
1.5. Algorithme du simplexe	11
1.5.1. Solutions de base et solutions de base réalisables	11
1.5.2. Tableaux du simplexe	12
1.5.3. Changement de base réalisable	13
1.5.4. Existence et unicité d'une solution optimale	17
1.6. Initialisation de l'algorithme du simplexe	18
1.6.1. Méthode du grand M	18
1.6.2. Programme auxiliaire ou phase I	20
1.6.3. Dégénérescence et cyclage	23
1.6.4. Structure géométrique des solutions réalisables	23
1.7. Algorithme de points intérieurs	25
1.8. Dualité	26
1.8.1. Théorème de dualité	27
1.9. Relaxation	29
1.9.1. Relaxation lagrangienne	30

1.10. Analyse post-optimale	31
1.10.1. Effet d'une modification de b	33
1.10.2. Effet d'une modification de c	35
1.11. Application à un problème de stock	36
1.11.1. Solution optimale	37
1.11.2. Sensibilité à la variation des stocks	37
1.11.3. Problème dual du concurrent	38
1.12. Utilisation de Matlab	39
Chapitre 2. Programmation en nombres entiers	43
2.1. Introduction	43
2.2. Méthodes de résolution	43
2.2.1. Méthode <i>Branch and Bound</i>	44
2.2.2. Méthode des coupes	46
2.3. Programmation binaire	51
2.3.1. Problème du sac à dos	51
2.3.2. Problème d'investissement	52
2.4. Principe de la décomposition	56
2.4.1. Décomposition de Benders	58
2.5. Utilisation de Matlab	62
Chapitre 3. Programmation dynamique	65
3.1. Introduction	65
3.2. Stratégie de résolution	66
3.3. Programmation dynamique discrète	68
3.3.1. Équation de Bellman et principe d'optimalité	69
3.3.2. Démarche de la méthode	70
3.3.3. Quelques exemples de programmation dynamique	71
3.3.3.1. Exemple d'un postier	71
3.3.3.2. Résolution d'un PL	73
3.3.3.3. Problème du plus court chemin	74
3.3.3.4. Problème du sac à dos	79
3.3.3.5. Problème de la gestion de stocks	81
3.4. Programmation dynamique continue	83
3.4.1. Équation d'Hamilton-Jacobi	84
3.4.2. Application à un modèle consommation-épargne	84
3.5. Programmation dynamique stochastique	85
3.5.1. Processus décision-hasard	85

3.5.2. Méthode de résolution	86
3.5.3. Application à un problème de contrat	87
3.5.4. Arbre binaire de recherche optimal	88
3.5.4.1. Formalisation du problème	89
3.5.4.2. Formulation de la solution	90
3.6. Utilisation de Matlab	91
Chapitre 4. Programmation stochastique	93
4.1. Introduction	93
4.2. Présentation du problème	94
4.3. Retour optimal en boucle ouverte	95
4.4. Programmation linéaire stochastique	95
4.4.1. Modèles avec seuils de probabilité sur les contraintes	96
4.5. Programmation linéaire stochastique avec recours	97
4.5.1. Méthode <i>L-Shaped</i>	97
4.5.2. Méthode <i>L-Shaped</i> multicoupe	99
4.5.3. Méthode de linéarisation intérieure	100
4.6. Programmation non linéaire stochastique	101
4.6.1. Approche des problèmes avec recours à deux étapes	101
4.6.2. Méthode de décomposition régularisée	102
4.6.3. Méthodes basées sur le lagrangien	103
4.6.4. Méthode de Frank-Wolfe pour les problèmes avec recours simple	104
4.6.5. Approximation par moyenne d'échantillonnage : méthode de Monte-Carlo	105
4.6.6. Méthode du gradient stochastique	107
4.7. Programmation stochastique dynamique	108
4.7.1. Processus de décision markoviens	108
4.7.2. Arbres de scénarios	110
4.8. Application à la fiabilité des systèmes mécaniques	113
4.8.1. Position et modélisation du problème de fiabilité	114
4.8.1.1. Modèle mécanique déterministe	114
4.8.1.2. Aléas et modélisation probabiliste	114
4.8.1.3. Modes de défaillance d'une structure	115
4.8.1.4. Probabilité de défaillance d'une structure	115
4.8.1.5. Indice de Hasofer-Lind	116
4.8.1.6. Méthode FORM	118
4.9. Utilisation de Matlab	122

Partie 2. Optimisations	127
Chapitre 5. Optimisation combinatoire	129
5.1. Introduction	129
5.2. Problème du voyageur de commerce symétrique	131
5.2.1. Aperçu historique	132
5.2.2. Méthodes de résolution	134
5.2.2.1. Méthodes exactes	134
5.2.2.2. Méthodes approchées	135
5.3. Problème du voyageur de commerce asymétrique	141
5.3.1. Variantes de l'ATSP	141
5.3.2. Formulations mathématiques	142
5.3.2.1. Formulation de Dantzig-Fulkerson-Johnson	143
5.3.2.2. Formulation de Miller-Tucker-Zemlin	144
5.3.2.3. Formulation de Desrochers-Laporte	145
5.3.3. Méthodes de résolution	145
5.3.3.1. Méthode de <i>Branch and Bound</i>	146
5.3.3.2. Méthode des plans sécants	147
5.3.3.3. Méthode de <i>Branch and Cut</i>	148
5.4. Problème de tournées de véhicules	150
5.4.1. Définition	150
5.4.2. Champs d'application	150
5.4.3. Paramètres du PTV	151
5.4.4. Variantes du PTV	152
5.4.5. Formulation mathématique du PTV	154
5.4.6. Complexité algorithmique	157
5.5. Problème des tournées sélectives	158
5.5.1. Problèmes voisins du PTS	158
5.5.2. Formulation mathématique	159
5.6. Utilisation de Matlab	160
Chapitre 6. Optimisation non linéaire sans contraintes	161
6.1. Introduction	161
6.2. Formulation mathématique	161
6.2.1. Résultats d'existence et d'unicité	162
6.3. Conditions d'optimalité	162
6.4. Problèmes quadratiques	163
6.4.1. Méthode du gradient à pas optimal	164
6.4.2. Méthode du gradient conjugué	164
6.5. Algorithme de Newton	165

6.6. Méthodes de descente et recherche linéaire	166
6.6.1. Présentation des méthodes de descente	166
6.6.2. Méthode de la plus grande pente	168
6.6.3. Longueur de pas acceptable	168
6.6.4. Recherche linéaire	170
6.6.5. Méthode de Newton avec recherche linéaire	171
6.7. Méthodes de quasi-Newton	172
6.7.1. Méthodes DFP et BFGS	173
6.8. Méthode de relaxation	175
6.9. Méthode du gradient	176
6.10. Problème de moindres carrés	177
6.10.1. Méthode de Gauss-Newton	178
6.10.2. Algorithme de Levenberg-Marquardt	179
6.10.3. Filtre de Kalman	181
6.11. Méthodes de recherche directe	183
6.11.1. Algorithme de Nelder-Mead	183
6.11.2. Méthode de Torczon	185
6.12. Application à un problème d'identification	185
6.13. Utilisation de Matlab	189
6.13.1. Fonction <i>fminsearch</i>	189
6.13.2. Fonction <i>fminunc</i>	190
6.13.3. Méthode de relaxation	192

Chapitre 7. Optimisation non linéaire sous contraintes 195

7.1. Introduction	195
7.2. Formulation mathématique	195
7.3. Multiplicateurs de Lagrange	196
7.4. Optimisation sous contraintes d'inégalité	197
7.4.1. Conditions d'optimalité de premier ordre	197
7.4.1.1. Conditions de Lagrange	197
7.4.1.2. Conditions de Karush-Kuhn-Tucker (KKT)	198
7.4.2. Présentation du point selle	200
7.4.3. Point selle et optimisation	200
7.4.4. Cas convexe	203
7.5. Algorithmes de minimisation avec contraintes	203
7.5.1. Méthode de relaxation	204
7.5.2. Méthode de projection	205
7.5.3. Méthode de pénalisation extérieure	207
7.5.4. Algorithme d'Uzawa	208
7.6. Algorithmes newtoniens – Méthode SQP	209
7.6.1. Contraintes d'égalité	210

7.6.2. Contraintes d'inégalité	212
7.7. Application à l'optimisation des structures	213
7.8. Utilisation de Matlab	221
7.8.1. Fonction <i>fmincon</i>	221
7.8.2. Fonction <i>fminbnd</i>	223
7.8.3. Méthode de pénalisation	224
Annexe 1. Rappel d'algèbre linéaire	231
Annexe 2. Rappel sur les fonctions de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}	243
Annexe 3. <i>Optimization Toolbox</i>	247
Annexe 4. Logiciels	253
Bibliographie	259
Index	265