

## Avant-propos

La thermique est à la thermodynamique ce que le décret est à la loi. Elle répond à la question, que tout bon gouvernant doit (ou devrait) se poser dès qu'il a une « idée » : « Comment fait-on dans la pratique ? ». D'une certaine manière, la thermique « implémente » la thermodynamique, dont elle est une branche. Un thermodynamicien est une sorte d'économiste de l'énergie. À travers le premier principe, il en fait de l'« épicerie ». Avec le second principe, il parle de qualité des produits. Je donne, je prends de la chaleur à une source, du travail à un système... Et la température entre autres me définit une qualité de l'énergie.

Mais *par quel moyen, je prends, ou je donne ?* Même les calculs de transformations élémentaires réversibles ne disent pas par quel processus la chaleur passe d'une source à un système.

La thermique précise le comment, mais « évacue » le travail. Si au détour d'un problème, de convecteur par exemple, une énergie électrique, donc de « type travail », apparaît, elle est immédiatement dégradée en chaleur par effet Joule...

Trois modes de transfert de chaleur sont identifiables, la conduction et le rayonnement, que l'on peut rencontrer seuls bien qu'ils soient souvent couplés, et la convection, qui est par nature une interaction de la mécanique des fluides et de la conduction.

Diviser l'étude de la thermique en trois parties résulte d'une logique. Répartir son exposé en trois volumes comporte une part d'arbitraire. Cette séparation nous a paru nécessaire pour garder une taille raisonnable aux volumes de la collection.

Cet ouvrage constitue le volume 1 d'un recueil de problèmes consacré aux transferts thermiques. Ce volume est consacré à la conduction thermique et aux approches numériques des transferts. Encore qu'il s'agisse *a priori* d'un recueil d'exercices, une large

place est laissée aux rappels de cours. Dans une large mesure, l'ouvrage constitue une première introduction au calcul thermique de dispositifs pratiques, qui peut se suffire à elle-même. Pour les calculs conséquents, le lecteur ne fera pas l'économie d'un recours aux traités spécialisés ou aux encyclopédies disponibles dans le champ de la thermique.

L'ouvrage entend s'adresser à un public large, du technicien à l'ingénieur, voire au chercheur de nombreuses disciplines, physicien ou autre, ayant un problème ponctuel de transfert à résoudre au laboratoire. Dans cet esprit, les développements théoriques dans le corps du texte sont le plus direct possible. Pour le lecteur spécialisé ou simplement curieux des développements théoriques plus poussés (équations générales, problèmes particuliers, outillage mathématique, etc.), ces derniers sont renvoyés en annexe.

Ce premier volume est consacré aux approches « classiques » (traitement analytique) de la conduction, qui intéresseront plus les lecteurs recherchant des modes de prédiction « simples ».

Après les quelques généralités du [chapitre 1](#), le [chapitre 2](#) présente les lois physiques de la conduction, présentant la loi de Fourier et établissant l'équation de la chaleur. On précise ensuite ce qui constitue l'essentiel des problèmes rencontrés en conduction et leur approche. On aura à ce point à distinguer les problèmes stationnaires (on parle aussi de régimes permanents) des problèmes instationnaires.

Le [chapitre 3](#) traite de la conduction en régime stationnaire. L'accent est logiquement mis sur les géométries planes et cylindriques. Une place importante est accordée au concept de résistance thermique, outil essentiel du thermicien, dans ces deux géométries. Un chapitre est dédié à de nombreux exemples d'application de ce concept.

Le [chapitre 4](#) est consacré à la notion de régime quasi stationnaire ; cette méthode, bien qu'approchée, s'avère toutefois d'une portée pratique indéniable. Valable pour les transferts relativement lents, supposant un milieu des températures homogène, on y écrit des bilans instantanés et des lois d'évolution thermique qui permettent des approximations valables de problèmes relevant en principe du régime variable. Là encore, problème plan et problème cylindrique sont abordés.

Le [chapitre 5](#) est consacré à la conduction en régime variable. Les problèmes mono-dimensionnels plans les plus classiques sont abordés : température imposée à l'interface à l'instant  $t=0$ , conduction instationnaire à densité de flux constante, température de variation sinusoïdale imposée à la paroi, problème des deux murs accolés. De nombreux exemples sont consacrés à cet aspect important des transferts conductifs.

Le [chapitre 6](#) présente des notions de la théorie des ailettes, associée à quelques exemples simples.

Les annexes fournissent des tabulations des fonctions erreur et associées : erf, erfc, ierfc, ainsi que des rappels souvent indispensables sur les fonctions hyperboliques. On a également renvoyé en annexe pour information des notions sur le traitement par transformation de Laplace de certains problèmes instationnaires. De nombreux exemples sont consacrés à cet aspect important des transferts conductifs.



# Introduction

## I.1. Préambule

L'énergie thermique est probablement la première perçue (sinon identifiée) par l'humanité, à travers le Soleil. La nuit et le jour sont au cœur des mythologies les plus originelles. La première peur de l'humanité sera probablement que le Soleil ne revienne pas au matin. Le feu sera maîtrisé vers 400 000 BP. Le transfert thermique a donc été compagnon de l'*Homo ergaster*, bien avant l'*Homo sapiens sapiens*.

Il faudra pourtant attendre quelques centaines de millénaires pour que naisse la science dite « moderne ». La mécanique newtonienne date d'il y a trois siècles. Paradoxalement, il faudra encore un siècle et demi pour que l'énergie soit correctement perçue par le scientifique, à travers la thermodynamique naissante. Et l'étude systématique des mécanismes du transfert de la chaleur sera le fait de la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, et même plus tard en ce qui concerne l'étude de la couche limite, base de la convection.

Se chauffer, s'éclairer, faire fonctionner les machines à vapeur de l'usine du XIX<sup>e</sup> siècle sont des préoccupations tout ce qu'il y a de plus prosaïques. Et pourtant, c'est de là que sont parties des révolutions dans l'histoire de la physique : explosion de la thermodynamique statistique sous l'impulsion du génie de Boltzmann, irruption de la mécanique quantique avec Planck, dont Boltzmann, encore lui, était un collaborateur.

Les progrès de la science du rayonnement, notamment au niveau de la technologie des capteurs, ont permis de repousser d'un nombre considérable d'années-lumière notre « vision » de l'Univers. On doit notamment à ces avancées le regain d'intérêt pour une relativité générale que la mécanique quantique avait un peu éclipsé, à travers la mise en évidence des *trous noirs*, à propos desquels la physique pourrait bien encore nous réserver des surprises.

Plus près de nous, la thermique de base, qu'elle soit conduction, convection ou rayonnement contribue à l'amélioration de notre vie quotidienne, notamment dans le domaine de l'habitat, où elle contribue, sous la pression de questions environnementales, à l'évolution de nouveaux concepts, tel celui de la maison active.

La physique que nous décrivons ainsi, et à laquelle peut-être nous initierons certains lecteurs, intéresse donc les sommets de la connaissance aussi bien que le banal de notre quotidien. Modestement, c'est dans ce dernier domaine que nous placerons notre ambition.

Il existe de nombreux traités de transferts thermiques, sous différents formats : les « handbooks » recherchant l'exhaustivité constituent un recueil irremplaçable de corrélations. Les cours de haut niveau, en université ou en école d'ingénieur, sont aussi assez exhaustifs, mais restent exigeants avec l'auditeur ou le lecteur. Des manuels spécialisés thématiques, plus portés sur l'empirisme, restent malgré tout tournés vers le spécialiste.

Alors pourquoi un ouvrage supplémentaire ?

Les auteurs de cet ouvrage ont enseigné en université, en grandes écoles d'ingénieur, et en formation d'ingénieurs par alternance. Cette dernière modalité d'enseignement, qui se développe depuis quelques années, notamment en Europe, constitue une spécificité intéressante du point de vue pédagogique. Sa pratique a en partie inspiré cet ouvrage.

Cet ouvrage veut ainsi rendre service aussi bien à des apprenants qui n'ont pas bénéficié d'une formation mathématique de haut niveau dans leurs premières années postbaccalauréat (ouverture sur l'apprenti) qu'à des élèves aux profils plus traditionnels. En même temps, on veut ouvrir ce large public aux possibilités très nouvelles dans le domaine du traitement numérique de problèmes souvent complexes.

Lorsqu'un mineur veut détacher un bloc de charbon ou de minerai précieux d'une paroi, il prend un marteau piqueur. Si l'on veut creuser un tunnel, on doit recourir à de la dynamite. Il en est de même pour le physicien.

Qu'il soit chercheur, ingénieur ou simplement enseignant, le scientifique a deux outils en main : la *calculette* et l'*ordinateur* (dont la puissance peut être très variable). Enseignants-chercheurs tous deux, les auteurs savent tout ce qu'ils doivent à l'invention de l'ordinateur. Du point de vue de l'enseignement en revanche, chacun des deux auteurs est resté spécialisé, l'un tenant de la calculette, et du calcul de coin de table, l'autre professionnel du calcul numérique.

La révolution que l'outil numérique, au-delà de notre vie quotidienne, a provoquée dans le monde de la « science » et la « technique » n'est plus à démontrer. On est un « has been » aujourd'hui si l'on ne parle pas industrie 4.0. La « fracture numérique » dépasse la fracture sociale, à moins qu'elle n'en soit un élément...

Le souvenir de cette révolution s'estompe d'ailleurs. Quel étudiant d'aujourd'hui n'a jamais eu en main une « règle à calcul » ? Sait-il seulement de quoi il s'agit ? Et pourtant, tous les physiciens à l'origine des lois de la thermique n'avaient en main que cet outil, donnant trois chiffres significatifs (quatre avec une bonne vue et de l'acharnement), laissant à l'utilisateur le soin de trouver lui-même la puissance de dix du résultat. Autant dire que le simple calcul d'une détente adiabatique réversible devenait un calvaire, qui contribuait à dégrader l'image déjà difficile de la thermodynamique chez l'étudiant moyen.

Ce rappel semblera à certains inutile, les règles à calcul au mieux dorment dans un tiroir. Mais il a une morale : quel que soit le clavier sur lequel on tape, calculette ou ordinateur, c'est la tête qui commande les doigts. C'est sur cette morale que s'est écrit cet ouvrage.

Un bon physicien doit posséder au plus haut degré le sens de « l'ordre de grandeur ». Pour cela, l'outil est la calculette. On dimensionne toujours un projet à « coup de serpe » avant de passer à la modélisation fine et au calcul numérique.

Les deux auteurs appartiennent au monde des sciences pour l'ingénieur, ce qui les a amenés à voir la majorité de leurs doctorants intégrer le secteur de l'entreprise. L'un d'eux, ayant intégré le domaine spatial, revint nous voir et se déclarait très surpris de la récurrence du calcul de « coin de table » dans son activité quotidienne.

Concepts fondamentaux ou de « physique de base » relèvent d'un type de manuel résolument différent de ceux consacrés à l'approche numérique. Les auteurs se permettent ici de penser qu'il n'est pas mauvais pour une fois de les rassembler dans un même ouvrage. Un grand écart qui surprendra certains, qui sera sans aucun doute critiqué par d'autres. Il n'en reste pas moins qu'à l'étude de cet ouvrage, l'élève « de base » sera ouvert à une culture que les maquettes d'enseignement lui promettent généralement « pour plus tard » (ou jamais s'il ne dépasse pas un certain niveau d'études). Il est vrai aussi que, plongé dans ses équations et calculs complexes, le lecteur spécialisé pourra être « rafraîchi » en étant placé en face de petits problèmes, qui peut-être quelquefois le surprendront et lui donneront, pourquoi pas, l'envie de revenir à ses sources (à supposer qu'il y soit allé quelquefois...).

Autre grand écart, cet ouvrage entend s'adresser à un large public scientifique, qui couvre peut-être l'ensemble du domaine : chercheur, doctorant ou confirmé qui s'initie au domaine, technicien, étudiant ou professionnel, ingénieur. Ce dernier type de scientifique est peut-être la principale cible de cet ouvrage.

Trois ouvrages parents : pour limiter les ouvrages à une taille raisonnable, nous éditons notre travail consacré à la thermique en trois ouvrages parents, respectivement dédiés à la conduction, le rayonnement et la convection thermique.

Alors, quel est l'usage de cet ouvrage ?

C'est avant tout *un recueil de problèmes*, dont une bonne partie est accessible à tous, entendons à partir du niveau d'apprenti technicien, soit une ou deux années après le baccalauréat. Ce livre a été écrit en France dont l'enseignement scientifique se structure en université, grandes écoles d'ingénieurs, formations d'ingénieur par apprentissage et deux types de sections de formation de technicien relevant des lycées ou des universités. Dans des pays aux modèles plus simples, le lecteur devrait aussi bien s'y retrouver.

Il a paru nécessaire d'environner ces problèmes de solides rappels de cours, afin que le lecteur n'ait pas à retourner en permanence à ses manuels. Nous y voyons un double avantage : un exposé de la matière scientifique écrit dans l'esprit des problèmes, une deuxième chance pour le lecteur d'intégrer des notions qu'il n'a peut-être pas bien perçues dans l'enseignement initial. Finalement, à se relire, les auteurs peuvent aussi conseiller ce manuel comme une introduction aux disciplines enseignées.

## I.2. La thermique en trois ouvrages

On a divisé l'étude en trois ouvrages.

Le premier volume, intitulé *Transfert thermique 1*, est consacré à la conduction thermique sous une approche analytique.

Le deuxième volume, intitulé *Transfert thermique 2*, est consacré aux approches « classiques » (traitement analytique) du rayonnement et rassemble des approches numériques de ces différents modes de transfert, il s'adresse à des ingénieurs ou chercheurs souhaitant résoudre des problèmes plus complexes.

Le troisième ensemble, en deux volumes, *Transfert thermique 3* et *Transfert thermique 4*, se concentre sur les transferts **convectifs**. On l'a souligné, tous ces transports



sont rarement purs et conduisent à des problèmes faisant intervenir les trois modes de transfert couplés, conduction, convection et rayonnement.

*Avant que le lecteur ne se plonge dans une étude qui reste, malgré toute la bonne volonté des auteurs, exigeante en efforts intellectuels, nous lui proposons un petit texte qui se veut plaisant.*

### 1.3. Intermezzo

Imaginons, dans un cadre de « série B », une auberge glauque dans la grisaille d'un port de nulle part. Des matelots d'une marine lointaine viennent y tromper leur ennui. Et comme toujours, la boisson aidant, la bagarre sera leur dérivatif.

Confions la réalisation du film à Ludwig Boltzmann. Nos héros de série B s'agitent, s'entrechoquent. Chacun a une énergie cinétique modérée et répartie de manière hétérogène dans la salle. Pour une raison quelconque, ils rentrent dans une rixe généralisée. Leur énergie cinétique moyenne devient bien plus forte. On dira en langage commun que *l'atmosphère devient chaude*.

*Nous rejoindrons en cela un concept fondamental de Boltzmann, qui posera le premier que la chaleur est constituée par l'agitation moléculaire. La température dans un gaz est proportionnelle à l'énergie quadratique moyenne des molécules qui le composent :*

$$E_C = \frac{1}{2} k T$$

*À partir de ce modèle, nous allons retrouver la base physique de tous les phénomènes de transport.*

Au passage, on échappe rarement à l'explosion d'une porte ou d'une fenêtre sous les chocs répétés des belligérants.

*On vient de modéliser la pression, due au transfert de quantité de mouvement sur la paroi, par les chocs moléculaires.*

Imaginons maintenant que la rixe est localisée à un instant initial dans un coin de la pièce : un groupe réduit se met à se battre.

De coup de pied en coup de poing, à la suite des multiples chocs entre ce groupe et ses voisins, cette agitation va se propager : *nous venons de faire connaissance avec le mécanisme de la propagation de la chaleur, par transfert de chocs.*

Plaçons une séparation imaginaire (définie géométriquement mais immatérielle) au centre de la pièce. Comptons les marins qui la traversent par unité de temps.

*Ce mur est maintenant traversé par de l'énergie cinétique : nous avons défini un flux de chaleur.*

Mettons dans la pièce un cerceau de métal de surface  $S = 1\text{m}^2$ . Des deux côtés de ce cerceau, les coups échangés constituent un transfert d'énergie cinétique... Nous venons de définir *la densité de flux thermique.*

*Et nous venons de comprendre la nature de la propagation du flux thermique par les chocs.*

Supposons que la grande majorité des combattants vienne d'un navire où l'uniforme est blanc. Supposons qu'un autre bateau soit à quai où les uniformes sont rouges. Les rouges sont au départ réunis entre eux. Nous verrons alors rapidement que les matelots rouges, par le jeu des chocs, se répartissent dans la pièce. *Nous venons de mettre en évidence le mécanisme de la diffusion de la matière, d'un composant au sein d'un mélange.*

*Nous comprendrons mieux qualitativement que la loi fondamentale de la conduction (loi de Fourier) soit formellement identique à celle de la diffusion de masse (loi de Fick).*

Mettons nos agités dans les éléments d'un train de wagons plats, où ils continuent à se battre. Et mettons le train en route. L'énergie cinétique qu'ils contiennent est transportée d'un point à un autre.

*Nous venons d'inventer la convection thermique.*

Nous pouvons aller plus loin. Imaginons une suite de trains de wagons plats sur un ensemble de voies parallèles. Le plus latéral de ces trains est fixé à un quai. Tous ces trains sont pleins de marins. Supposons que notre train suive la voie ferrée extérieure, parallèle. Aucun frein n'empêche ces trains de bouger. Seul le dernier train, à quai, est bloqué.

Pour une raison que nous n'avons pas à analyser (le cinéma autorise toutes les fantaisies), des « clusters » de marins en bagarre sautent d'un wagon à l'autre. Ces « clusters » contiennent une composante de vitesse parallèle au train qui va communiquer de

la quantité de mouvement au train d'à côté. Alors, les trains vont se mettre en mouvement, et sont d'autant plus rapides qu'ils sont près du train extérieur. Et ainsi de suite jusqu'au train à quai. Ce train ne bougera pas, mais une force sera appliquée sur les freins.

*Nous venons de découvrir le mécanisme de la viscosité dynamique.* Dans le même temps, les trains parallèles en mouvement relatif nous donnent une image de la *notion de couche limite*.

Simultanément, ces clusters d'agités emportent leur énergie cinétique désordonnée, d'agitation « thermique ». Nous venons de voir le mécanisme de *la couche limite thermique*.

Et pour finir, incluons dans la foule des marins blancs quelques marins rouges. Ils seront emportés avec les clusters, et nous venons d'inventer *la couche limite de diffusion d'une espèce...*

Nous sommes dans la fantaisie, profitons-en jusqu'au bout. Pour en terminer, supposons que c'est jour de carnaval. Chaque marin a une ceinture équipée de grelots.

Tous les individus ayant une vitesse différente, et les chocs étant aléatoires, tous les grelots se mettront à tinter avec chacun une fréquence différente. La répartition des fréquences dépendra de la répartition statistique des vitesses (statistique de Boltzmann), et l'intensité du bruit produit dépendra de l'énergie totale d'agitation des matelots.

Nous venons de comprendre le *mécanisme de base du rayonnement*. Nous venons de réaliser pourquoi la théorie du rayonnement a eu besoin du recours aux concepts de la statistique dérivée des travaux de Boltzmann, qui était un élève génial de Planck, pour rendre compte du spectre d'émission d'un corps noir par exemple.

**REMARQUE.** Certes le modèle est simpliste. L'émission provient de transitions quantiques dans les atomes du gaz.

Encore que nous sortions ici de l'épure de l'ouvrage, nous pouvons encore aller plus loin.

Supposons que nos agités soient dans une pièce dont l'un des murs est mobile (un motif cauchemardesque fréquent au cinéma). Les chocs permanents des combattants sur cette paroi induisent une force qui la pousse. Cette force, ramenée à une unité de surface, explique la notion de pression. En poussant cette paroi, notre foule effectue un travail d'autant plus important qu'il y a une résistance.

*Nous voyons ici apparaître l'équivalence entre travail et chaleur, qui ne sont au fond que deux énergies mécaniques, l'une désordonnée l'autre ordonnée. Le premier principe de la thermodynamique est là.*

On peut remarquer que l'incidence du marin moyen sur le mur est rarement normale. Donc le combattant moyen aura une trajectoire qui se réfléchira sur le mur. Et seule la composante normale de sa vitesse pourra pousser (donner du travail) à la paroi. On voit ainsi qu'il sera impossible à la foule (comprenez à un gaz) de donner toute son énergie à une paroi mobile.

*Le mécanisme fondamental qui conduit au second principe de la thermodynamique vient de nous apparaître.*

Ces images « plaisantes », qui ne plairont peut-être pas à tout le monde, ont constitué un support oral à la présentation des différents phénomènes de transport par l'un des auteurs. On espère que le lecteur, lorsqu'il aura bien étudié ce livre, aura envie de revenir à ce texte. Il aura alors tout compris, nous l'espérons, des images qui conduisent au développement de la thermodynamique.

*Et si ce texte a une morale, ce sera : l'écriture de la thermodynamique, comme de la thermique, se base sur des équations du continu. L'essence de la physique qui détermine ces phénomènes est du domaine du discontinu, discontinuité de la matière divisée en particules, discontinuité de la lumière divisée en photons.*