

# Avant-propos

**Abdenacer MAKHLOUF**

*Université de Haute-Alsace, Mulhouse, France*

L'objectif de cette série d'ouvrages est de rendre compte des nouvelles tendances en matière de recherche en algèbre et dans les domaines connexes. Nous donnons un aperçu de l'évolution rapide de nouveaux concepts et de nouvelles théories liés à l'algèbre et nous présentons des chapitres autonomes sur divers sujets, chaque chapitre combinant certains des sujets que l'on trouve dans les ouvrages de niveau universitaire et les études de niveau recherche. Chaque chapitre comprend une introduction avec les motivations et les remarques historiques, ainsi que les concepts de base, les principaux résultats et les perspectives. Les auteurs ont en outre inclus des commentaires sur l'importance des résultats par rapport à d'autres découvertes et applications.

Dans ce volume, les chapitres exposent des études sur les théories de base des algèbres non associatives telles que les théories de Lie, à l'aide d'outils modernes et de structures algébriques plus récentes telles que les algèbres de Hopf, qui sont liées aux groupes quantiques et à la physique mathématique. Le contexte algébrique des algèbres pré-Lie, d'autres algèbres non associatives (permutatives non associatives, associatives symétriques, dendrifformes, etc.) et les opérades algébriques sont introduits. Ce volume traite également des fonctions symétriques non commutatives, des séries de Lie, des algèbres de descentes, des algèbres chronologiques et des algèbres de Rota-Baxter. Nous nous concentrons sur le rôle de plus en plus important joué par la combinatoire algébrique et les algèbres de Hopf, ainsi que sur certaines structures algébriques non associatives dans les intégrales itérées, le calcul chronologique, les équations différentielles, les méthodes numériques et la théorie du contrôle. Il s'avère

que l'algèbre de Hopf des arbres enracinés est un outil adéquat, non seulement pour les champs de vecteurs, mais aussi pour l'étude des approximations numériques de leurs courbes intégrales. Les méthodes de Runge-Kutta forment un groupe – appelé le groupe de Butcher – qui est le groupe des caractères de l'algèbre de Hopf de Connes-Kreimer. La théorie algébrique des B-séries des méthodes de Runge-Kutta ainsi que les expansions formelles associées sont prises en considération. Le calcul sous-jacent aux structures algébriques avec des intégrales itérées nous conduit naturellement aux notions d'algèbres de descentes, ainsi qu'à l'algèbre de Hopf des permutations. Dans cet ouvrage, nous discutons de la perspective de la théorie de Lie et des progrès du calcul chronologique. Les algèbres chronologiques et les produits ordonnés dans le temps apparaissent dans un nombre (presque) incalculable de disciplines, notamment en physique théorique et dans la théorie du contrôle. Les fonctions symétriques non commutatives sont appliquées à l'étude des séries de puissance formelles avec des coefficients dans une algèbre non commutative, et tout particulièrement aux séries de Lie. Il s'ensuit une discussion sur les idempotents de Lie, les idempotents eulériens et le développement de Magnus. Nous présentons ensuite un examen de l'interaction entre l'algèbre et la géométrie (de dimensions infinies) sous la forme d'algèbres de Hopf et de certains groupes des caractères associés. Il s'avère que les concepts fondamentaux de la théorie du contrôle sont intrinsèquement liés aux structures combinatoires et algébriques. Il est démontré comment les outils modernes d'algèbre combinatoire permettent d'obtenir un éclairage plus approfondi et de faciliter l'analyse, les calculs et la conception. L'accent est mis sur l'exposition des structures algébriques qui transforment les structures combinatoires en objets géométriques et dynamiques.

Je tiens à remercier Kurusch Ebrahimi-Fard d'avoir suggéré ces sujets, présentés à l'école intensive de Benasque, et je voudrais exprimer ma profonde gratitude à tous ceux qui ont contribué à cet ouvrage et à ISTE Editions pour son soutien.