

Table des matières

Avant-propos	1
Abdenacer MAKHLOUF	
 Chapitre 1. Super-algèbres de Jordan	 3
Consuelo MARTINEZ et Efim ZELMANOV	
1.1. Introduction	3
1.2. Construction de Tits-Kantor-Koecher	6
1.3. Exemples de base (super-algèbres classiques)	7
1.4. Crochets	10
1.5. Super-algèbres de Cheng-Kac	12
1.6. Super-algèbres de Jordan simples de dimension finie	13
1.6.1. Cas F algébriquement fermé et $\text{char } F = 0$	13
1.6.2. Cas $\text{char } F = p > 2$, partie paire J_0 semi-simple	13
1.6.3. Cas $\text{char } F = p > 2$, partie paire J_0 non semi-simple	14
1.6.4. Super-algèbres de Jordan simples non unitaires	15
1.7. Représentations de dimensions finies	16
1.7.1. Super-algèbres de rang ≥ 3	17
1.7.2. Super-algèbres de rang ≤ 2	19
1.8. Algèbres de Jordan superconformes	23
1.9. Bibliographie	25
 Chapitre 2. Algèbres de composition	 29
Alberto ELDUQUE	
2.1. Introduction	29
2.2. Quaternions et octonions	30
2.2.1. Quaternions	30
2.2.2. Rotations dans un espace à trois (et quatre) dimensions	33
2.2.3. Octonions	35

2.3. Algèbres de composition unitaires	37
2.3.1. Le processus de doublage de Cayley-Dickson et le théorème généralisé de Hurwitz	39
2.3.2. Algèbres de Hurwitz isotropiques	43
2.4. Algèbres de composition symétriques	45
2.5. Trialité	52
2.6. Observations finales	56
2.7. Remerciements	57
2.8. Bibliographie	57

Chapitre 3. Algèbres à division graduées 61

Yuri BAHTURIN, Mikhail KOCHETOV et Mikhail ZAICEV

3.1. Introduction	61
3.2. Rappels sur les graduations	64
3.2.1. Graduations induites par un homomorphisme de groupe	64
3.2.2. Isomorphisme faible et équivalence	65
3.2.3. Propriétés de base des graduations à division	65
3.2.4. Présentations graduées des algèbres associatives	66
3.2.5. Produits tensoriels de graduations à division	70
3.2.6. Construction de lacets	72
3.2.7. Autre construction d'algèbres simples graduées	75
3.3. Algèbres à division graduées sur des corps algébriquement clos	77
3.4. Algèbres associatives à division graduées réelles	80
3.4.1. Algèbres à division graduées simples	80
3.4.2. Graduations de Pauli	82
3.4.3. Cas commutatif	83
3.4.4. Algèbres à division graduées non commutatives avec composantes homogènes unidimensionnelles	85
3.4.5. Classes d'équivalence des algèbres à division graduées avec composantes homogènes unidimensionnelles	87
3.4.6. Algèbres à division graduées avec composantes neutres bidimensionnelles non centrales	93
3.4.7. Algèbres à division graduées avec composantes neutres de dimension quatre	97
3.4.8. Classification des algèbres à division graduées réelles à isomorphisme près	98
3.5. Algèbres de lacets réelles avec centroïde non fendu	100
3.6. Algèbres alternatives	102
3.6.1. Processus de doublage de Cayley-Dickson	103
3.6.2. Graduations sur les algèbres d'octonions	103
3.6.3. Algèbres alternatives réelles graduées simples	105

3.6.4. Algèbres alternatives réelles à division graduées	106
3.7. Graduation des corps	109
3.8. Bibliographie	111

Chapitre 4. C^* -algèbres non associatives 115

Ángel RODRÍGUEZ PALACIOS et Miguel CABRERA GARCÍA

4.1. Introduction	115
4.2. JB -algèbres	115
4.3. Théorèmes de Vidav-Palmer et de Gelfand-Naimark non associatifs . .	120
4.4. JB^* -triplets	133
4.5. Passé, présent et futur des C^* -algèbres non associatives	146
4.6. Remerciements	151
4.7. Bibliographie	151

Chapitre 5. Structure des H^* -algèbres 159

José Antonio CUENCA MIRA

5.1. Introduction	159
5.2. Préliminaires : aspects de la théorie générale	160
5.3. Ultra-produits de H^* -algèbres	168
5.4. H^* -algèbres quadratiques	171
5.5. H^* -algèbres associatives	171
5.6. H^* -algèbres flexibles	178
5.7. H^* -algèbres de Jordan non commutatives	180
5.8. H^* -algèbres de Jordan	183
5.9. H^* -algèbres de Moufang	187
5.10. H^* -algèbres de Lie	189
5.11. Thèmes étroitement liés aux H^* -algèbres de Lie	193
5.12. H^* -algèbres deux-graduées	196
5.13. Autres thèmes : au-delà des H^* -algèbres	199
5.14. Remerciements	200
5.15. Bibliographie	200

Chapitre 6. Les algèbres de type Krichever-Novikov : définitions et résultats 205

Martin SCHLICHENMAIER

6.1. Introduction	205
6.2. Algèbre de Virasoro et ses dérivées	207
6.3. Représentation géométrique	210
6.3.1. Réalisations géométriques de l'algèbre de Witt	210
6.3.2. Généralisations au genre arbitraire	211

6.3.3. Formes méromorphes	213
6.4. Structures algébriques	215
6.4.1. Structure associative	215
6.4.2. Structure des algèbres de Lie et de Poisson	216
6.4.3. Algèbre des champs de vecteurs et dérivée de Lie	217
6.4.4. Algèbre des opérateurs différentiels	217
6.4.5. Opérateurs différentiels de tout degré	218
6.4.6. Super-algèbres de Lie de demi-formes	219
6.4.7. Super-algèbre de Jordan	220
6.4.8. Algèbres courantes de genre plus élevé	221
6.4.9. Algèbres de type KN	222
6.5. Structure quasi graduée	222
6.5.1. Définition de la quasi-gradation	222
6.5.2. Séparation du cycle et couplage de KN	223
6.5.3. Sous-espaces homogènes	224
6.5.4. Algèbres	226
6.5.5. Décomposition triangulaire et filtrations	228
6.6. Extensions centrales	229
6.6.1. Extensions centrales et cocycles	229
6.6.2. Cocycles géométriques	230
6.6.3. Unicité et classification des extensions centrales	233
6.7. Exemples et généralisations	236
6.7.1. Le genre zéro et le cas à trois points	236
6.7.2. Algèbre à points multiples de genre zéro : systèmes intégrables	239
6.7.3. Déformations	239
6.8. Algèbres des opérateurs de Lax	240
6.9. Espace de Fock fermionique	243
6.9.1. Formes semi-infinies et représentations de l'espace de Fock fermionique	243
6.9.2. Systèmes $b - c$	244
6.10. Représentation de Sugawara	245
6.11. Application à l'espace des modules	248
6.12. Remerciements	248
6.13. Bibliographie	248

Chapitre 7. Une introduction aux algèbres pré-Lie 253

Chengming BAI

7.1. Introduction	253
7.1.1. Explication des notions	253
7.1.2. Deux propriétés fondamentales	254
7.1.3. Certaines sous-classes	255
7.1.4. Organisation du chapitre	256

7.2. Quelques aspects des algèbres pré-Lie	257
7.2.1. Structures affines invariantes à gauche sur les groupes de Lie : une interprétation géométrique de la « symétrie à gauche »	257
7.2.2. Complexes de déformations d'algèbres et d'algèbres symétriques à droite	258
7.2.3. Algèbres des arbres enracinés : algèbres pré-Lie libres	259
7.2.4. Structures complexes sur les algèbres de Lie	259
7.2.5. Structures symplectiques sur les groupes de Lie et algèbres de Lie, espaces de phase d'algèbres de Lie et structures de Kähler	260
7.2.6. Algèbres des sommets	262
7.3. Certains résultats et constructions de base des algèbres pré-Lie	263
7.3.1. Quelques résultats de base des algèbres pré-Lie	264
7.3.2. Constructions d'algèbres pré-Lie à partir de quelques structures connues	267
7.4. Algèbres pré-Lie et CYBE	270
7.4.1. Existence d'une algèbre pré-Lie compatible sur une algèbre de Lie	270
7.4.2. CYBE : unification des formes tensorielles et des opérateurs	271
7.4.3. Algèbres pré-Lie, $\mathcal{O}$ -opérateurs et CYBE	273
7.4.4. Une interprétation algébrique de la « symétrie à gauche » : construction à partir d'algèbres de Lie revisitée	273
7.5. Un cadre plus large : les analogues de Lie des algèbres de Loday	274
7.5.1. Algèbres pré-Lie, algèbres dendriformes et algèbres de Loday	274
7.5.2. Algèbres L-dendriformes	276
7.5.3. Analogues de Lie des algèbres de Loday	278
7.6. Bibliographie	280

Chapitre 8. Structures symplectiques, produits et complexes sur les algèbres 3-Lie

283

Yunhe SHENG et Rong TANG

8.1. Introduction	283
8.2. Préliminaires	286
8.3. Représentations des algèbres 3-pré-Lie	288
8.4. Structures symplectiques et espaces de phase des algèbres 3-Lie	290
8.5. Structures produits sur les algèbres 3-Lie	296
8.6. Structures complexes sur les algèbres 3-Lie	304
8.7. Structures produits complexes sur les algèbres 3-Lie	313
8.8. Structures para-Kähler sur les algèbres 3-Lie	318
8.9. Structures pseudo-Kähler sur les algèbres 3-Lie	324
8.10. Bibliographie	327

Chapitre 9. Catégories dérivées 331

Bernhard KELLER

9.1. Introduction	331
9.2. Définition de Grothendieck	332
9.3. Définition de Verdier	333
9.4. Structure triangulée	336
9.5. Foncteurs dérivés	340
9.6. Théorie de Morita dérivée	341
9.7. Dg-catégories	343
9.7.1. Dg-catégories et foncteurs	343
9.7.2. Catégorie dérivée	345
9.7.3. Foncteurs dérivés	346
9.7.4. Dg-quotients	347
9.7.5. Invariants	349
9.8. Bibliographie	352

Liste des auteurs 357

Index 359