

# Table des matières

<b>Préface</b> . . . . .	1
Maurice LEMAIRE	
<b>Avant-propos</b> . . . . .	5
Christian GOGU	
<b>Partie 1. Modélisation, quantification et propagation d'incertitudes</b> . . . . .	9
<b>Chapitre 1. Modélisation des incertitudes</b> . . . . .	11
Christian GOGU	
1.1. Introduction . . . . .	11
1.2. De l'utilité de séparer incertitudes épistémiques et incertitudes aléatoires . . . . .	14
1.3. Théorie des probabilités . . . . .	18
1.3.1. Cadre théorique . . . . .	18
1.3.2. Approche probabiliste pour la modélisation d'incertitudes aléatoires . . . . .	21
1.3.3. Approche probabiliste pour la modélisation d'incertitudes épistémiques . . . . .	24
1.4. Théorie des boîtes de probabilité ( <i>p-boxes</i> ) . . . . .	29
1.5. Analyse par intervalles . . . . .	32
1.6. Théorie des ensembles flous . . . . .	33
1.7. Théorie des possibilités . . . . .	35
1.7.1. Cadre théorique . . . . .	35

1.7.2. Comparaison entre théorie des probabilités et théorie des possibilités . . . . .	38
1.7.3. Règles de combinaison de distributions de possibilités . . . . .	42
1.8. Théorie de l'évidence . . . . .	43
1.8.1. Cadre théorique . . . . .	43
1.8.2. Règles de combinaison de fonctions de masse de croyance . . . . .	47
1.9. Bilan des modélisations d'incertitudes épistémiques . . . . .	48
1.10. Bibliographie . . . . .	49

## **Chapitre 2. Caractérisation et modélisation probabiliste de milieux hétérogènes . . . . .**

51

François WILLOT

2.1. Introduction . . . . .	51
2.2. Caractérisation probabiliste des microstructures . . . . .	53
2.2.1. Ensembles aléatoires . . . . .	53
2.2.2. Covariance . . . . .	55
2.2.3. Granulométrie . . . . .	58
2.2.4. Fonctionnelles de Minkowski . . . . .	59
2.2.5. Stéréologie . . . . .	61
2.2.6. Érosion linéaire . . . . .	61
2.2.7. Volume élémentaire représentatif . . . . .	62
2.3. Processus de points . . . . .	63
2.3.1. Processus de points de Poisson homogène . . . . .	64
2.3.2. Processus de points de Poisson inhomogène . . . . .	66
2.4. Modèles booléens . . . . .	67
2.4.1. Définition et capacité de Choquet . . . . .	67
2.4.2. Propriétés . . . . .	69
2.4.3. Covariance . . . . .	70
2.4.4. Autres caractéristiques . . . . .	71
2.5. Modèles RSA . . . . .	74
2.6. Partitions aléatoires . . . . .	75
2.6.1. Partition de Voronoï . . . . .	76
2.6.2. Partition de Johnson-Mehl . . . . .	77
2.6.3. Partition de Laguerre . . . . .	77
2.6.4. Partitions aléatoires de Poisson . . . . .	78
2.6.5. Modèle de feuilles mortes . . . . .	79
2.6.6. Modèles de partitions aléatoires généralisées . . . . .	80
2.7. Champs gaussiens . . . . .	81
2.8. Conclusion . . . . .	84
2.9. Remerciements . . . . .	85
2.10. Bibliographie . . . . .	85

### **Chapitre 3. Propagation d'incertitudes à l'échelle de structures de génie civil vieillissantes . . . . . 91**

David BOUHJITI, Julien BAROTH et Frédéric DUFOUR

3.1. Introduction. . . . .	91
3.2. Position du problème . . . . .	93
3.2.1. Formulation probabiliste. . . . .	93
3.2.2. Fonction de transfert thermo-hydro-mécanique-fuite . . . . .	94
3.2.3. Problème THM-F probabiliste résultant. . . . .	95
3.3. Modélisation par champ aléatoire de propriétés matérielles . . . . .	96
3.3.1. Champs aléatoires. . . . .	96
3.3.2. Méthodes de génération de champs aléatoires discrétisés . . . . .	96
3.3.3. Champs aléatoires et autocorrélations . . . . .	99
3.3.4. Application : contribution à la modélisation de la fissuration d'un ouvrage en béton armé par des champs aléatoires autocorrélés. . . . .	100
3.4. Modélisation de la propagation d'incertitudes par les méthodes de surface de réponse. . . . .	106
3.4.1. Stratégies de couplage probabiliste . . . . .	106
3.4.2. Méthode du chaos polynomial . . . . .	109
3.5. Conclusion . . . . .	115
3.6. Bibliographie. . . . .	116

### **Chapitre 4. Réduction d'incertitudes en analyse multidisciplinaire basée sur une étude de sensibilité par chaos polynomial . . . . . 121**

Sylvain DUBREUIL, Nathalie BARTOLI, Christian GOGU et Thierry LEFEBVRE

4.1. Introduction. . . . .	121
4.2. Analyse multidisciplinaire avec incertitude de modèle . . . . .	123
4.2.1. Formalisme. . . . .	123
4.2.2. Résolution de la MDA aléatoire . . . . .	127
4.2.3. Approximation de la quantité d'intérêt par chaos polynomial creux . . . . .	130
4.3. Analyse de sensibilité et réduction d'incertitudes . . . . .	132
4.3.1. Introduction . . . . .	132
4.3.2. Indices de Sobol' approchés par chaos polynomial . . . . .	134
4.4. Application à un cas test aéroélastique. . . . .	135
4.4.1. Présentation . . . . .	135
4.4.2. Construction des métamodèles disciplinaires. . . . .	138
4.4.3. Analyse de sensibilité et réduction d'incertitudes . . . . .	141
4.5. Conclusion . . . . .	148
4.6. Bibliographie. . . . .	148

## Partie 2. Prise en compte des incertitudes : analyse de fiabilité et optimisation sous incertitudes . . . . . 151

### Chapitre 5. Estimation de probabilité d'événements rares . . . . . 153

Jean-Marc BOURINET

5.1. Introduction . . . . .	153
5.1.1. Transformation vers l'espace normal standard multivarié . . . . .	155
5.1.2. Copules et corrélation . . . . .	158
5.1.3. Transformations isoprobabilistes . . . . .	161
5.2. Méthodes basées sur le point de défaillance le plus probable . . . . .	169
5.2.1. Méthode de fiabilité du premier ordre (FORM) . . . . .	169
5.2.2. Méthode de fiabilité du second ordre (SORM) . . . . .	174
5.3. Méthodes de simulation . . . . .	177
5.3.1. Simulation de Monte-Carlo . . . . .	178
5.3.2. <i>Subset Simulation</i> (SS) . . . . .	180
5.3.3. Méthodes d'échantillonnage préférentiel (IS) et d'entropie croisée (CE) . . . . .	197
5.4. Mesures de sensibilité . . . . .	206
5.4.1. Introduction . . . . .	206
5.4.2. FORM . . . . .	208
5.4.3. Simulation MCS et <i>Subset Simulation</i> . . . . .	213
5.5. Bibliographie . . . . .	216

### Chapitre 6. Méthodes adaptatives basées sur le krigeage pour l'évaluation de probabilités de défaillance : focus sur les méthodes AK . . . . . 223

Cécile MATTRAND, Pierre BEAUREPAIRE et Nicolas GAYTON

6.1. Introduction . . . . .	223
6.2. Présentation du krigeage . . . . .	226
6.2.1. Principe . . . . .	226
6.2.2. Identification des hyperparamètres de krigeage . . . . .	227
6.2.3. Prédiction par krigeage . . . . .	228
6.2.4. Illustration de la prédiction par krigeage . . . . .	228
6.3. Utilisation du krigeage pour le calcul de probabilités de défaillance . . . . .	229
6.3.1. Fonction <i>EFF</i> . . . . .	230
6.3.2. Fonction <i>U</i> . . . . .	230
6.3.3. Fonction <i>IMSE<sub>T</sub></i> . . . . .	231
6.3.4. Fonction <i>SUR</i> . . . . .	231

6.3.5. Fonction $H$ . . . . .	231
6.3.6. Fonction $OBJ$ . . . . .	232
6.3.7. Fonction $L$ . . . . .	232
6.3.8. Discussion . . . . .	232
6.4. Méthode AK-MCS : présentation et principe générique . . . . .	233
6.4.1. Présentation de la méthode AK-MCS . . . . .	233
6.4.2. Illustration de la méthode AK-MCS . . . . .	234
6.4.3. Discussion . . . . .	237
6.5. Méthode AK-IS pour l'estimation de probabilités d'événements rares . . . . .	237
6.5.1. Présentation de la méthode AK-IS . . . . .	237
6.5.2. Illustration de la méthode AK-IS . . . . .	238
6.5.3. Discussion . . . . .	238
6.6. Méthode AK-SYS pour les problèmes de fiabilité système. . . . .	239
6.6.1. Quelques généralités sur l'analyse de fiabilité système. . . . .	239
6.6.2. Présentation de la méthode AK-SYS . . . . .	240
6.6.3. Illustration de la méthode AK-SYS . . . . .	242
6.6.4. Alternatives à la méthode AK-SYS . . . . .	244
6.6.5. Application aux problèmes indexés par un sous-ensemble. . . . .	245
6.7. Méthode AK-HDMR1 pour les problèmes en grande dimension . . . . .	247
6.7.1. Décomposition fonctionnelle HDMR . . . . .	248
6.7.2. Présentation de la méthode AK-HDMR1 . . . . .	249
6.8. Conclusion . . . . .	251
6.9. Bibliographie . . . . .	251

## **Chapitre 7. Analyse de sensibilité globale ciblée pour la fiabilité en présence d'incertitudes sur les paramètres de distribution . . . . . 255**

Vincent CHABRIDON, Mathieu BALESDENT, Guillaume PERRIN,  
Jérôme MORIO, Jean-Marc BOURINET et Nicolas GAYTON

7.1. Introduction . . . . .	255
7.2. Cadre théorique et notations . . . . .	260
7.3. Indices de sensibilité globaux basés sur la variance et ciblés pour la fiabilité . . . . .	262
7.3.1. Présentation des indices de Sobol' sur la fonction indicatrice . . . . .	263
7.3.2. Réécriture des indices de Sobol' sur la fonction indicatrice à l'aide du théorème de Bayes . . . . .	264
7.4. Indices de Sobol' sur la fonction indicatrice adaptés à l'incertitude d'entrée à deux niveaux . . . . .	267
7.4.1. Analyse de fiabilité sous incertitude des paramètres de distribution . . . . .	267

7.4.2. Incertitudes à deux niveaux d'entrée : incertitudes agrégées et désagrégées . . . . .	269
7.4.3. Variables aléatoires désagrégées . . . . .	270
7.4.4. Extension des indices de Sobol' au double niveau d'incertitudes et estimateurs <i>pick-freeze</i> . . . . .	271
7.5. Estimation efficace à l'aide d'un échantillonnage par <i>Subset Simulation</i> et de techniques à noyaux . . . . .	273
7.5.1. Le problème de l'estimation de la distribution optimale à la défaillance . . . . .	273
7.5.2. Version tensorisée basée sur les données de l'algorithme G-KDE . . . . .	277
7.5.3. Méthodologie basée sur un échantillonnage par <i>Subset Simulation</i> et un G-KDE tensorisé basé sur les données . . . . .	278
7.6. Exemples d'application . . . . .	280
7.6.1. Exemple n° 1 : un cas jouet à base de fonction polynomiale . . . . .	281
7.6.2. Exemple n° 2 : une structure en treillis . . . . .	287
7.6.3. Exemple n° 3 : application à l'estimation de la zone de retombée d'un étage de lanceur . . . . .	292
7.6.4. Synthèse des résultats numériques et discussion . . . . .	300
7.7. Conclusion . . . . .	301
7.8. Remerciements . . . . .	302
7.9. Bibliographie . . . . .	302

**Chapitre 8. Optimisation multi-objectif stochastique : un algorithme de descente . . . . . 305**

Quentin MERCIER et Fabrice POIRION

8.1. Introduction . . . . .	305
8.2. Rappels mathématiques . . . . .	307
8.2.1. Processus stochastiques . . . . .	307
8.2.2. Analyse convexe . . . . .	308
8.3. Optimisation multi-objectif et vecteur de descente commun . . . . .	314
8.3.1. Relations binaires . . . . .	314
8.3.2. Optimisation multi-objectif, préordre de Pareto . . . . .	315
8.3.3. Vecteur de descente commun . . . . .	321
8.4. Algorithme de descente pour l'optimisation multi-objectif et son extension au cadre stochastique . . . . .	324
8.4.1. <i>Multiple Gradient Descent Algorithm</i> (MGDA) . . . . .	324
8.4.2. <i>Stochastic Multiple Gradient Descent Algorithm</i> (SMGDA) . . . . .	325

---

8.5. Illustrations . . . . .	331
8.5.1. Performance de l'algorithme SMGDA . . . . .	331
8.5.2. Approche multi-objectif pour les problèmes RBDO . . . . .	335
8.5.3. Réécriture de la contrainte probabiliste . . . . .	336
8.6. Bibliographie . . . . .	341
<b>Liste des auteurs . . . . .</b>	<b>345</b>
<b>Index . . . . .</b>	<b>347</b>