

Table des matières

Introduction	1
Partie 1. Comment se servir du principe du maximum de Pontryagin ?	5
Chapitre 1. Le calcul des variations classique	7
1.1. Introduction : notations	7
1.2. Minimisation d'une fonction	8
1.2.1. Minimum d'une fonction d'une variable	8
1.2.2. Minimum d'une fonction de deux variables	10
1.3. Minimisation d'une fonctionnelle : équations d'Euler-Lagrange	13
1.3.1. Le problème	13
1.3.2. La différentielle de J	14
1.3.3. Exemples	17
1.4. Les équations de Hamilton	23
1.4.1. Les équations de Hamilton classiques	23
1.4.2. Les limites du calcul des variations classique et petite évolution vers la « théorie du contrôle »	26
1.5. Commentaires historiques et bibliographiques	27
Chapitre 2. Contrôle optimal	29
2.1. Vocabulaire de la théorie du contrôle optimal	29
2.1.1. Contrôles et réponses	29
2.1.2. Classes de régularité des contrôles	30
2.1.3. États accessibles	32
2.1.4. Contrôlabilité	36
2.1.5. Contrôle optimal	38
2.1.6. Existence d'un minimum	40

2.1.7. Optimisation et états accessibles	43
2.2. Énoncé du principe du maximum de Pontryagin (PMP)	46
2.2.1. PMP pour le problème canonique	46
2.2.2. PMP pour un coût intégral	48
2.2.3. PMP pour le problème en temps minimum	51
2.2.4. PMP à temps fixé pour un coût intégral	53
2.2.5. PMP pour cible non ponctuelle	56
2.3. PMP sans contrainte terminale	57
2.3.1. Énoncé	57
2.3.2. Corollaire	58
2.3.3. Programmation dynamique et interprétation du vecteur adjoint	59
Chapitre 3. Applications	63
3.1. Exemples académiques (pour comprendre)	63
3.1.1. Le chauffeur pressé	63
3.1.2. Profil d'une route	65
3.1.3. Contrôle de l'oscillateur harmonique : la balançoire	68
3.1.4. Phénomène de Fuller	72
3.2. Problèmes réguliers	74
3.2.1. L'hamiltonien régulier et problème de tir associé	74
3.2.2. Problème des géodésiques (vu comme un problème de temps minimum)	77
3.2.3. Régularisation du problème du chauffeur pressé	87
3.3. Problèmes non réguliers et arcs singuliers	89
3.3.1. Pêche optimale	89
3.3.2. Fonction valeur discontinue : le problème de navigation de Zermelo	98
3.4. Synthèse du contrôle optimal, discontinuité de la fonction valeur, arcs singuliers et rétroaction	113
3.5. Commentaires historiques et bibliographiques	119
Partie 2. Applications en génie des procédés	121
Chapitre 4. Remplissage optimal d'un réacteur « batch »	123
4.1. Réduction du problème	124
4.2. Comparaison de politiques bang-bang	125
4.3. Synthèse optimale dans le cas Monod	129
4.4. Synthèse optimale dans le cas Haldane	130
4.4.1. Existence d'un arc séparant (partiellement) Θ^+ et Θ^-	130
4.4.1.1. $V_{\max} < \frac{1}{\mu(x^*)}$	131
4.4.1.2. $V_{\max} > \frac{1}{\mu(x^*)}$	131
4.4.2. En utilisant le PMP	132

4.4.2.1. Écriture du hamiltonien et des équations adjointes	132
4.4.2.2. Régularisation du problème et simulations des extrémales . . .	133
4.5. Commentaires historiques et bibliographiques	135
Chapitre 5. Optimisation de la production de biogaz	137
5.1. Le problème	137
5.2. Solution optimale dans le cas bien-dimensionné	140
5.3. Le système hamiltonien	142
5.4. Solutions optimales dans le cas sous-dimensionné	150
5.5. Solutions optimales dans le cas surdimensionné	156
5.6. Inhibition par le substrat	160
5.7. Arcs singuliers	164
5.8. Commentaires historiques et bibliographiques	169
Chapitre 6. Optimisation d'un bioréacteur à membrane (BRM)	171
6.1. Présentation du problème	171
6.2. Le modèle de Benyahia <i>et al.</i>	178
6.3. Le modèle de Cogan et Chellamb	180
6.4. Commentaires historiques et bibliographiques	181
Annexe 1. Notations et terminologie	183
Annexe 2. Équations différentielles et champs de vecteurs	187
Annexe 3. Esquisse de démonstration du PMP	195
Annexe 4. Démonstration du PMP sans cible terminale	205
Annexe 5. Problèmes linéaires en la commande	209
Annexe 6. Calcul des arcs singuliers	219
Bibliographie	225
Index	231