

Avant-propos

La plupart des problèmes physiques peuvent être écrits sous la forme d'équations mathématiques (différentielles, intégrales, etc.). Les mathématiciens ont toujours cherché à trouver des solutions analytiques aux équations rencontrées dans les différentes sciences de l'ingénieur (mécanique, physique, biologie, etc.). Ces équations sont parfois compliquées qu'il faut beaucoup d'efforts pour les simplifier. Au milieu du XX^e siècle, l'arrivée des premiers ordinateurs a donné naissance à des nouvelles méthodes de résolution que l'on qualifiera par méthodes numériques. Elles permettent de résoudre numériquement le plus précisément possible les équations rencontrées (issue de la modélisation bien sûr) et d'approcher la solution des problèmes posés. La solution approchée est le plus souvent calculée sur ordinateur au moyen d'un algorithme convenable.

L'expérience montre qu'entre une approche numérique standard et une approche soigneusement réfléchie et optimisée un gain de temps de calcul d'un facteur 100, voire davantage, est souvent observé. Il est clair que l'on peut passer ainsi, grâce à cet effort, d'un calcul totalement déraisonnable à un calcul parfaitement banal : tout l'enjeu des méthodes numériques est là ! C'est dire l'importance pour le chercheur et pour l'ingénieur de bien connaître ces méthodes, leurs avantages et leurs limites. Dans la plupart des domaines scientifiques, le calcul commence par la discrétisation des équations : différentielle ou aux dérivées partielles puis le choix de la méthode de résolution du système trouvé.

L'objectif de ce livre est d'introduire et d'étudier les méthodes numériques de base pour pouvoir résoudre des équations issues de la physique (météorologie, pollution, etc.) ou de l'ingénierie (mécanique des structures, mécanique des fluides, traitement du signal, etc.).

Cet ouvrage est constitué de deux parties et de deux annexes. La première partie est constituée de deux chapitres sur la résolution des équations non linéaires et les

équations différentielles. La deuxième partie comporte quatre chapitres sur les différentes méthodes numériques utilisées pour la résolution des équations aux dérivées partielles : différences finies, éléments finis, volumes finis et sans maillage.

Chaque chapitre débute par des rappels et des définitions illustrés par des exemples numériques variés et des représentations graphiques et à la fin de chaque chapitre, on initie le lecteur aux différentes commandes du logiciel Matlab relatif aux méthodes exposées. Comme dans de nombreux domaines, la pratique joue un rôle essentiel dans la compréhension et la maîtrise de ces méthodes. On ne peut raisonnablement pas espérer les assimiler sans les manipuler sur des exemples concrets et variés. Pour cette raison, on propose différents exemples qui sont traités par Matlab et qui peuvent servir de travaux pratiques.

On rappelle que le logiciel Matlab est actuellement largement utilisé dans l'enseignement, l'industrie et la recherche. Il est devenu un outil standard dans de nombreux domaines grâce aux différentes boîtes à outils (optimisation, statistique, contrôle, traitement d'image, etc). Le graphisme s'est considérablement amélioré dans les nouvelles versions. Nous avons consacré une annexe à cet outil pour une prise en main.