

Table des matières

Avant-propos	1
Partie 1. Résolution des équations	3
Chapitre 1. Résolution d'équations non linéaires	5
1.1. Introduction	5
1.2. Séparation des racines	5
1.3. Approximation d'une racine séparée	6
1.3.1. Méthode de dichotomie (ou de bisection)	6
1.3.2. Méthode du point fixe (ou des approximations successives)	8
1.3.3. Premier critère de convergence	10
1.3.4. Critères d'arrêt des itérations	10
1.3.4.1. Choix du nombre d'itérations	10
1.3.4.2. Test sur l'erreur absolue	11
1.3.5. Deuxième critère de convergence (critère local)	11
1.3.6. Méthode de Newton (ou méthode des tangentes)	12
1.3.7. Méthode des sécantes	14
1.3.8. Méthode de <i>regula falsi</i>	19
1.4. Ordre d'un processus itératif	20
1.5. Utilisation de Matlab	21
1.5.1. Recherche des racines polynomiales	21
1.5.2. Méthode de dichotomie	23
1.5.3. Méthode de Newton	23
Chapitre 2. Résolution numérique des équations différentielles	25
2.1. Introduction	25
2.2. Problème de Cauchy et discrétisation	27
2.3. Méthode d'Euler	29

2.3.1. Interprétation	29
2.3.2. Convergence	30
2.4. Méthodes de Runge-Kutta à pas unique	31
2.4.1. Méthode de Runge-Kutta d'ordre 2	31
2.4.2. Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4	33
2.5. Méthodes d'Adams à pas multiple	35
2.5.1. Formules d'Adams ouvertes	36
2.5.1.1. Formules d'Adams d'ordre 1	36
2.5.1.2. Formules d'Adams d'ordre 2	37
2.5.1.3. Formules d'Adams d'ordre 3	37
2.5.1.4. Formules d'Adams d'ordre plus élevé	38
2.5.2. Formules d'Adams fermées	38
2.6. Méthode de prédicteur-correcteur	40
2.7. Utilisation de Matlab	43
Partie 2. Résolution des EDP	47
Chapitre 3. Méthode des différences finies	49
3.1. Introduction générale	49
3.2. Présentation de la méthode	51
3.2.1. Convergence, consistance et stabilité	53
3.2.2. Condition de Courant-Friedrichs-Lewy	56
3.2.3. Analyse de stabilité de Von Neumann	57
3.3. Équations hyperboliques	59
3.3.1. Résultats fondamentaux	59
3.3.2. Schémas numériques pour le problème de transport	63
3.3.2.1. Schéma centré en espace	63
3.3.2.2. Schéma <i>upwind</i>	64
3.3.2.3. Schéma de Lax-Friedrichs	64
3.3.2.4. Schéma de Lax-Wendroff	65
3.3.2.5. Schéma <i>leapfrog</i>	66
3.3.3. Équation des ondes	66
3.3.3.1. Méthode de theta-schéma	67
3.3.3.2. Schéma de Lax	67
3.3.3.3. Schéma <i>leap-frog</i>	68
3.3.3.4. Schéma de Lax-Wendroff	68
3.3.4. Équation de Burgers	68
3.3.4.1. Schéma de Lax-Friedrichs	69
3.3.4.2. Schéma saute-mouton	69
3.3.4.3. Schéma de Lax-Wendroff	69
3.3.4.4. Schéma d'Engquist-Osher	71

3.3.4.5. Schéma de Godunov	71
3.3.4.6. Schéma de Lerat-Peyret	72
3.4. Équations elliptiques : le cas de l'équation de Poisson	72
3.4.1. Méthode de Richardson-Liebmann	72
3.4.2. Méthodes de relaxation	73
3.4.3. Méthode par transformée de Fourier rapide	73
3.5. Équations paraboliques : le cas de l'équation de la chaleur	74
3.5.1. Méthode de theta-schéma	74
3.5.2. Méthode alternative de Peaceman-Rachford-Douglas	75
3.6. Utilisation de Matlab	75
Chapitre 4. Méthode des éléments finis	83
4.1. Introduction	83
4.2. Méthode des éléments finis en dimension un	83
4.3. Méthode des éléments finis en dimension deux	88
4.4. Démarche générale de la méthode	93
4.5. Méthode des éléments finis pour le calcul des structures élastiques	93
4.5.1. Élasticité linéaire	93
4.5.2. Formulation variationnelle en élasticité linéaire	97
4.5.2.1. Formulation faible du problème [4.43]	97
4.5.3. Problèmes plans en élasticité linéaire	99
4.5.4. Éléments finis pour les problèmes plans	100
4.5.5. Problèmes axisymétriques	103
4.5.6. Problèmes tridimensionnels	106
4.6. Utilisation de Matlab	106
4.6.1. Résolution de l'équation de Poisson	108
4.6.2. Résolution de l'équation de la chaleur	110
4.6.3. Calcul des structures	112
Chapitre 5. Méthode des volumes finis	117
5.1. Introduction	117
5.2. Présentation de la MVF	118
5.2.1. Conservativité de la méthode	118
5.2.2. Les différentes étapes de la méthode	119
5.2.3. Convergence	120
5.2.4. Consistance	120
5.2.5. Stabilité	120
5.3. Les schémas d'advection	121
5.3.1. MVF bidimensionnel	126
5.3.2. Équation convection-diffusion	128
5.3.2.1. Équation C-D 1D stationnaire	129

5.3.3. Schéma des différences centrées	131
5.3.4. Schéma <i>upwind</i> (décentré amont ou aval)	133
5.3.5. Schéma hybride	136
5.3.6. Schéma loi-puissance	137
5.3.7. Schéma <i>quick</i>	137
5.3.8. Schéma d'ordre supérieur	139
5.3.9. Équation de convection-diffusion instationnaire 1D	140
5.3.10. Schéma explicite	142
5.3.11. Schéma de Crank-Nikolson	143
5.3.12. Schéma implicite	143
5.4. Utilisation de Matlab	144

Chapitre 6. Méthodes sans maillage 147

6.1. Introduction	147
6.2. Limitation de la MEF et motivation des MSM	148
6.3. Différentes méthodes sans maillage	148
6.3.1. Avantages des méthodes sans maillage	149
6.3.2. Inconvénients des méthodes sans maillage	150
6.3.3. Comparaison entre méthode des éléments finis et sans maillage	151
6.4. Bases des méthodes sans maillage	152
6.4.1. Approximations	152
6.4.2. Fonctions <i>kernel</i> (poids)	152
6.4.3. Complétude	152
6.4.4. Partition de l'unité	153
6.5. Méthode sans maillage (EFG)	153
6.5.1. Principe de la méthode	153
6.5.2. Approximation au sens des moindres carrés mobiles	153
6.5.2.1. Choix des fonctions de base	156
6.5.2.2. Choix des fonctions poids	156
6.5.2.3. Imposition des conditions aux limites essentielles	160
6.5.2.4. Méthode de pénalité	160
6.5.2.5. Méthode des multiplicateurs de Lagrange	161
6.5.2.6. Intégration	161
6.6. Méthode sans maillage appliquée à l'élasticité	163
6.6.1. Formulation en élasticité linéaire statique	163
6.6.2. Imposition des conditions aux limites essentielles	165
6.7. Exemples numériques	170
6.7.1. Poutre encastree-libre	170
6.7.2. Bloc compressé	171
6.8. Utilisation de Matlab	172

Annexe 1. Introduction à Matlab	179
Annexe 2. Principes généraux de l'approximation	187
Bibliographie	193
Index	197
Sommaire de <i>Méthodes numériques avancées sous Matlab® 1</i>	199