

Table des matières

Avant-propos	1
Introduction	3
Chapitre 1. Métrique, définitions et propriétés	7
1.1. Définitions et propriétés	8
1.2. Interpolation et intersection de métriques	12
1.2.1. Interpolation de métriques	13
1.2.2. Intersection de métriques	20
1.3. Métriques géométriques	20
1.3.1. Métrique géométrique pour une courbe	22
1.3.2. Métrique géométrique pour une surface	24
1.3.3. Rendre géométrique une métrique quelconque	29
1.4. Métriques de maillage	29
1.5. Gradation de métriques	30
1.6. Métrique d'un élément	37
1.6.1. Métrique d'un élément simplicial	37
1.6.2. Métrique d'un élément non simplicial	44
1.6.3. Métrique d'un élément de degré quelconque	44
1.7. Qualité en forme et métrique d'élément	45
1.8. Calculs pratiques en présence d'une métrique	52
1.8.1. Calcul d'une longueur	52
1.8.2. Calcul d'un angle, d'une aire ou d'un volume	55
Chapitre 2. Erreurs et métriques d'interpolation	59
2.1. Quelques propriétés	60
2.2. Erreur d'interpolation d'une fonction quadratique	62
2.3. Formulation Bézier et erreur d'interpolation	68
2.3.1. Pour une fonction quadratique	68
2.3.2. Pour une fonction cubique	72
2.3.3. Pour une fonction polynomiale de degré quelconque	86

2.3.4. Seuil d'erreur ou densité de maillage	90
2.4. Calculs des dérivées discrètes	91
2.4.1. Méthode de la double projection L^2	92
2.4.2. Formule de Green	94
2.4.3. Moindres carrés et Taylor	95
Chapitre 3. Maillage d'une courbe	97
3.1. Maillage d'une courbe paramétrique	99
3.1.1. Courbe dans \mathbb{R}^3	99
3.1.2. Sur les métriques utilisées et le calcul des longueurs	104
3.1.3. Courbe tracée sur un carreau	107
3.2. Maillage d'une courbe discrète	108
3.3. Remaillage d'une courbe maillée	108
Chapitre 4. Maillage simplicial	111
4.1. Définitions	112
4.2. Maillage d'une variété (une surface)	114
4.2.1. Maillage carreau par carreau	114
4.2.2. Remaillage d'une surface discrète	124
4.2.3. Maillage <i>via</i> un mailleur volumique	125
4.3. Maillage d'un domaine plan ou volumique	126
4.3.1. Méthode par arbre	127
4.3.2. Méthode frontale	130
4.3.3. Méthode basée sur Delaunay	133
4.3.4. Remaillage d'un domaine maillé	139
4.4. Autres méthodes de génération ?	140
Chapitre 5. Maillage non simplicial	145
5.1. Définitions	146
5.2. Maillage d'une variété	148
5.3. Méthodes de construction pour mailler un domaine plan ou volumique	149
5.3.1. Géométrie cylindrique et méthode d'extrusion	151
5.3.2. Méthodes algébriques et méthode par blocs	152
5.3.3. Méthode par arbre	176
5.3.4. Méthode par appariement	178
5.3.5. Maillage en cellules polygonales ou polyédriques	180
5.3.6. Construction de couches limites	182
5.4. Autres méthodes de génération ?	187
5.4.1. Maillage par « Q-morphisme » ou « H-morphisme »	187
5.4.2. Maillage <i>via</i> un champ de repères	188
5.5. Invariants topologiques (quadrilatères et hexaèdres)	190
Chapitre 6. Construction de maillages de degré élevé	199
6.1. Maillages droits	200
6.1.1. Numérotation locale des nœuds	200

6.1.2. Numérotation globale des nœuds	205
6.1.3. Position des nœuds	209
6.1.4. Sur le remplissage des matrices selon le degré des éléments	212
6.2. Construction de maillages courbes	213
6.2.1. Maillage de degré 1	214
6.2.2. Création des nœuds	214
6.2.3. Déformation et validation	215
6.2.4. Schéma général	216
6.3. Maillages courbes sur une variété, courbe ou surface	221
Chapitre 7. Optimisation de maillage	231
7.1. Vers une définition de la qualité	232
7.2. Processus d'optimisation	239
7.2.1. Méthodes globales	239
7.2.1.1. Optimisation d'une fonction coût	240
7.2.1.2. Relaxation itérative de la position des sommets par dualité (simplexes)	240
7.2.1.3. Optimisation globale de la position des sommets (quadrilatères et hexaèdres)	241
7.2.2. Opérateurs locaux et méthodes locales	242
7.2.2.1. Bougé de sommets par barycentrage	243
7.2.2.2. Bougé de sommets et opérateur laplacien	244
7.2.2.3. Bougé ou suppression de sommets et bascule par insertion ou réinsertion	247
7.2.2.4. Bascule d'arêtes	248
7.2.2.5. Bascule d'arêtes par agglomérat	249
7.2.2.6. Bascule d'arêtes ou de faces par réinsertion	250
7.2.2.7. Découpage d'une arête	251
7.2.2.8. Suppression d'une arête par fusion	252
7.2.2.9. Mise à jour du champ de métriques	252
7.2.2.10. Critères topologiques et critères métriques	253
7.2.2.11. Stratégies	253
7.3. Maillage plan	255
7.4. Maillage surfacique	256
7.5. Maillage volumique	258
7.6. Maillage de degré élevé	261
Chapitre 8. Adaptation de maillage	273
8.1. Cadre générique d'un calcul adaptatif, le maillage continu	275
8.1.1. Dualité entre entités géométriques discrètes et continues	275
8.1.2. Dualité entre erreurs d'interpolation discrètes et continues	277
8.1.3. La dualité discret-continu en un schéma	280
8.2. Contrôle optimal de l'erreur d'interpolation en norme L^p	281
8.3. Schéma générique d'une adaptation stationnaire	289

8.3.1. Estimateurs d'erreur	290
8.3.2. Interpolation de champs de solutions	295
8.4. Adaptation instationnaire	297
8.4.1. Estimateurs d'erreur espace-temps basé sur les caractéristiques de la solution	298
8.4.2. Extension de l'analyse d'erreur pour l'algorithme de point-fixe pour l'adaptation de maillage instationnaire	300
8.4.3. Boucle d'adaptation de maillage pour les problèmes instationnaires	301
8.4.4. Adaptation de maillage instationnaire ciblé à une fonctionnelle d'intérêt	302
8.4.5. Interpolation conservative de champs de solutions	303
8.5. Géométrie mobile sans ou avec déformation	306
8.5.1. Contexte général de l'adaptation pour les géométries mobiles et/ou déformables	306
8.5.2. Maillage continu optimal ALE minimisant l'erreur d'interpolation en norme L^p	307
8.5.3. Estimateur d'erreur espace-temps pour les problèmes à géométrie mobile	308
Chapitre 9. Maillage et parallélisme	313
9.1. Renumerotation <i>via</i> une courbe de remplissage	314
9.2. Parallélisme : deux paradigmes pour la mémoire et différentes stratégies	317
9.3. Parallélisation d'un algorithme de construction de maillage	323
9.4. Parallélisation d'un processus de construction de maillage, partition puis maillage	335
9.5. Parallélisation d'un maillage, maillage puis partition	338
Chapitre 10. Applications	343
10.1. Maillages de surface	344
10.2. En mécanique des fluides	346
10.3. En mécanique des solides	353
10.4. En électromagnétisme	357
10.5. Renumerotation et parallélisme	358
10.6. Autres applications plus exotiques	362
Chapitre 11. Quelques algorithmes et formules	365
11.1. Numérotation locale des nœuds des éléments d'ordre élevé	366
11.2. Calcul de longueurs, etc., en présence d'un champ de métriques	376
11.3. Qualité	381
Conclusions et perspectives	385
Bibliographie	387
Index	399
Sommaire de Maillage, modélisation géométrique et simulation numérique 1	403