

Table des matières

Avant-propos	1
Introduction	3
Chapitre 1. Principes fondamentaux de la mécanique discrète	11
1.1. Définitions de la mécanique discrète	11
1.1.1. Notion d'espace-temps discret	11
1.1.2. Notion de milieu discret	14
1.2. Propriétés des opérateurs discrets	16
1.3. Invariance en translation et en rotation	19
1.4. Principe d'équivalence faible (WEP)	21
1.5. Principe d'accumulation des contraintes (CAP)	23
1.6. Hypothèse de dualité des actions (DAP)	24
1.7. Caractéristiques physiques des milieux	26
1.8. Composition des vitesses et des accélérations	30
1.9. Courbure discrète	33
1.10. Postulats de la mécanique discrète	38
Chapitre 2. Conservation de l'accélération	41
2.1. Généralités	41
2.2. Une mémoire continue	44
2.3. Modélisation des contraintes de compression	47
2.3.1. Une expérience de compression	47
2.3.2. Modélisation des contraintes en solide	49
2.3.3. Modélisation des contraintes en fluide	49
2.3.4. Compression à faible constante de temps	51
2.3.5. Modélisation de l'accumulation des contraintes normales	52
2.3.6. La loi $e = m c^2$	53

2.4. Modélisation des contraintes de rotation	54
2.4.1. Expérience de Couette	54
2.4.2. Comportement dans le temps	55
2.4.3. Contrainte de rotation en solide	56
2.4.4. Contrainte de rotation en fluide	57
2.4.5. Contraintes en milieu poreux, loi de Darcy	57
2.4.6. Modélisation de l'accumulation des contraintes de rotation	58
2.4.7. Rotation dans les écoulements de Couette et de Poiseuille	59
2.5. Modélisation des autres effets	60
2.5.1. Effets gravitationnels	60
2.5.2. Effets inertiels	63
2.6. Équation du mouvement discrète	66
2.6.1. Description géométrique	67
2.6.2. Dérivation de l'équation du mouvement	68
2.6.3. Dissipation de l'énergie	71
2.7. Conditions de raccordement	73
2.8. Formulation des équations aux discontinuités	75
2.9. Autres formes de l'équation du mouvement	77
2.9.1. Formulation en rotationnel-potentiel vecteur	77
2.9.2. Forme conservative de l'équation du mouvement	79
2.10. Modèles incompressibles issus de la formulation discrète	80
2.10.1. Méthodes de projection cinématiques	80
2.10.2. L'incompressibilité en mécanique discrète	84
2.11. Conséquences sur la dynamique de la vortacité	85

Chapitre 3. Conservation de la masse, du flux et de l'énergie 89

3.1. Conservation de la masse pour un milieu homogène	89
3.1.1. En mécanique des milieux continus	90
3.1.2. En mécanique discrète	92
3.2. Transport dans les mélanges multiconstituants	93
3.2.1. Approche classique	94
3.2.2. Modèle discret du transport des espèces	96
3.2.3. Équilibre d'un mélange binaire	99
3.3. Advection	101
3.4. Conservation du flux	102
3.4.1. Généralités	102
3.4.2. Modélisation	102
3.5. Conservation de l'énergie	105
3.5.1. Conservation de l'énergie totale	105
3.5.2. Conservation de l'énergie cinétique	106
3.5.3. Conservation de l'énergie interne	108
3.5.4. Décroissance de l'énergie cinétique	109
3.6. Un système d'équations complet	110

3.7. Un simple problème de conduction de la chaleur	112
3.7.1. Cas des matériaux anisotropes	114
3.8. Changement de phase	114
3.8.1. Problème de Stefan	115
3.8.2. Condensation	121
Chapitre 4. Propriétés de la formulation discrète	127
4.1. Propriétés fondamentales	127
4.1.1. Limitation de la vitesse	127
4.1.2. Inversion des formules $\mathbf{V}_\phi = \nabla\phi$ et $\mathbf{V}_\psi = \nabla \times \psi$	130
4.1.3. Indifférence matérielle	133
4.1.4. Invariances fondamentales	135
4.2. Système d'équations	136
4.3. Différences avec la mécanique des milieux continus	138
4.3.1. Différences avec l'équation de Navier-Lamé	138
4.3.2. Différences avec l'équation de Navier-Stokes	139
4.3.3. Dissipation	143
4.3.4. Conditions de compatibilité pour l'équation de Navier-Stokes	146
4.4. Quelques solutions analytiques de l'équation du mouvement	148
4.4.1. Mouvement de rotation rigide	148
4.4.2. Écoulement de Couette plan	151
4.4.3. Écoulement de Poiseuille	152
4.4.4. Écoulement radial	156
4.5. Mouvements incompressibles	158
4.5.1. Tourbillon de Green-Taylor	158
4.5.2. Cavité entraînée	160
4.6. Écoulements compressibles et fluides parfaits	162
4.6.1. Lois de Bernoulli généralisées	163
4.6.2. Propagation des ondes linéaires	165
4.6.3. Tube à choc de Sod	167
4.7. Statique des fluides et des solides	170
4.8. Condition pour modéliser un solide rigide	171
4.9. Écoulements en milieux poreux	172
4.10. Étirement de l'espace-temps et théorème d'Hugoniot	177
Chapitre 5. Écoulements diphasiques, capillarité et mouillage	181
5.1. Formulation des équations aux interfaces	181
5.1.1. Modélisation de la courbure	182
5.1.2. Formulation de l'équation du mouvement	186
5.2. Écoulements diphasiques	190
5.2.1. Écoulement de Poiseuille diphasique	191
5.2.2. Ballottement de deux fluides immiscibles	193
5.3. Écoulements dominés par la capillarité	198

5.3.1. Problème de Laplace	198
5.3.2. Ellipse en oscillation	199
5.3.3. Écoulement de type Marangoni dans une goutte	202
5.3.4. Bulles en interaction	203
5.3.5. Simulation d'une mousse en équilibre	206
5.4. Mouillage partiel	207
5.4.1. Goutte en équilibre sur un plan	210
5.4.2. Étalement d'une goutte	211
5.4.3. Goutte soumise à la gravité	215
5.4.4. Écoulement dans une lentille	216
5.4.5. Ascension capillaire dans un tube	217
Chapitre 6. Contraintes et déplacements dans les solides	221
6.1. Milieu solide discret	221
6.2. Contraintes dans les solides	223
6.2.1. Équations discrètes	224
6.2.2. Indifférence matérielle	226
6.2.3. Équation de la statique des solides	227
6.2.4. Calcul des déplacements	229
6.3. Propriétés des milieux solides	231
6.3.1. En mécanique des milieux continus	232
6.3.2. En mécanique discrète	235
6.4. Conditions aux limites	237
6.5. Mouvements rigidifiants	240
6.6. Validation du modèle sur des exemples	243
6.6.1. Un simple exemple de couplage monolithique fluide-solide	243
6.6.2. Équilibre mécanique du ballonnement	245
6.6.3. Poutre en extension	247
6.6.4. Compression multimatériau	250
6.6.5. Cisaillement plan	251
6.6.6. Poutre en flexion	251
6.6.7. Écrasement d'un bloc sous l'effet de la gravité	253
6.6.8. Équilibre mécanique d'un objet solide	255
6.6.9. Extension à d'autres lois de comportement	256
6.7. Vers une unification de la mécanique des fluides et des solides	258
Chapitre 7. Extensions multiphysiques	261
7.1. Déflexion de la lumière	261
7.1.1. Le phénomène physique	262
7.1.2. Déflexion de la lumière par le soleil en mécanique newtonienne	264
7.1.3. Déflexion de la lumière par le soleil par l'action duale	268
7.1.4. Déflexion de la lumière par le soleil par une approche 1D	269
7.2. Sur une approche discrète de la turbulence	274

7.2.1. Généralités sur les approches adoptées	274
7.2.2. Dynamique de la vorticité en dimension deux d'espace	275
7.2.3. Analyse de l'écoulement turbulent en canal plan	278
7.2.4. Modélisation de la turbulence en mécanique discrète	283
7.2.5. Application à l'écoulement en canal à $Re_\tau = 590$	284
7.3. La cavité entraînée à $Re = 5\,000$	292
7.4. Convection naturelle hors Boussinesq	295
7.5. Couplage fluide-solide	299
Liste des symboles	301
Bibliographie	307
Index	313