

# Table des matières

<b>Introduction</b> . . . . .	1
<b>Chapitre 1. Équilibre, mouvement stationnaire et oscillatoire du solide libre</b> . . . . .	3
1.1. Expression du principe fondamental pour le solide libre . . . . .	3
1.2. Forme canonique du principe fondamental . . . . .	5
1.2.1. Somme dynamique . . . . .	6
1.2.2. Moment dynamique en $O_S$ . . . . .	7
1.2.3. Principe fondamental de la dynamique . . . . .	8
1.3. Équilibre du solide libre . . . . .	8
1.3.1. Équations de l'équilibre . . . . .	8
1.3.2. Stabilité de l'équilibre . . . . .	10
1.4. Équations générales des petits mouvements d'un solide libre . . . . .	10
1.4.1. Rappel sur les développements limités au premier ordre . . . . .	10
1.4.1.1. Fonction d'une variable . . . . .	10
1.4.1.2. Fonction de deux variables . . . . .	10
1.4.1.3. Fonction de $n$ variables . . . . .	11
1.4.1.4. Variation d'un produit de fonctions . . . . .	11
1.4.2. Équations des petits mouvements du solide libre . . . . .	12
1.4.2.1. Équations vectorielles des petits mouvements . . . . .	12
1.4.2.2. Applications . . . . .	14
1.4.2.3. Équation torsielle des petits mouvements d'un solide libre . . . . .	36
1.4.3. Mécanique analytique du solide libre . . . . .	37
1.4.3.1. Forme canonique de l'énergie cinétique . . . . .	37
1.4.3.2. Équations de la mécanique analytique . . . . .	39
1.4.3.3. État d'équilibre du solide . . . . .	40

1.4.3.4. Petits mouvements du solide autour de la position d'équilibre . . . . .	41
1.4.3.5. Application : problème 4 . . . . .	42
1.5. Expression matricielle des petits mouvements du solide libre . . . . .	51
1.5.1. À partir de la représentation vectorielle . . . . .	51
1.5.2. À partir de la mécanique analytique . . . . .	54
1.5.3. Situation relative des repères à l'équilibre . . . . .	56
1.6. Mouvement stationnaire . . . . .	58
1.6.1. Paramètres cycliques . . . . .	58
1.6.2. Caractérisation d'un mouvement stationnaire . . . . .	58
1.6.3. Conditions de réalisation d'un mouvement stationnaire . . . . .	59
1.6.4. Mouvements voisins et stabilité d'un mouvement stationnaire . . . . .	61
1.6.4.1. Linéarisation des équations de rang $j$ . . . . .	61
1.6.4.2. Linéarisation des équations de rang $i$ . . . . .	62
1.6.5. Application. . . . .	64

## **Chapitre 2. Résolution des équations des petits mouvements . . . . . 65**

2.1. Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants . . . . .	65
2.1.1. Solution générale périodique du système homogène . . . . .	66
2.1.2. Solution particulière du système . . . . .	69
2.1.3. Exercice 1 . . . . .	70
2.1.3.1. Recherche d'une solution générale du système homogène . . . . .	70
2.1.3.2. Recherche d'une solution particulière du système . . . . .	73
2.1.3.3. Solution générale du système. . . . .	74
2.2. Transformation de Laplace. . . . .	75
2.2.1. Définition. . . . .	75
2.2.2. Linéarité de la transformation de Laplace. . . . .	75
2.2.3. Transformées de Laplace de fonctions courantes . . . . .	76
2.2.4. Propriétés fonctionnelles de la transformation de Laplace . . . . .	79
2.2.4.1. Premier groupe de propriétés . . . . .	79
2.2.4.2. Deuxième groupe de propriétés . . . . .	80
2.2.5. Exemples d'utilisation de la transformée de Laplace . . . . .	80
2.2.5.1. Système homogène. . . . .	80
2.2.5.2. Cas des sollicitations forcées . . . . .	81
2.2.5.3. Système d'équations différentielles . . . . .	82
2.2.6. Applications . . . . .	83
2.2.6.1. Exercice 2 . . . . .	83
2.2.6.2. Exercice 3 . . . . .	84
2.2.6.3. Exercice 4 . . . . .	84

2.2.6.4. Exercice 5 . . . . .	85
2.2.6.5. Exercice 6 . . . . .	86
2.2.6.6. Exercice 7 . . . . .	86
2.2.6.7. Problème 5 . . . . .	89
<b>Chapitre 3. Études d'oscillateurs . . . . .</b>	<b>99</b>
3.1. Nature physique du mouvement oscillatoire . . . . .	99
3.2. L'oscillateur unique . . . . .	100
3.2.1. Définitions . . . . .	100
3.2.2. Conditions d'un mouvement oscillatoire . . . . .	101
3.2.3. Étude du mouvement oscillatoire libre . . . . .	101
3.2.3.1. Étude du mouvement apériodique critique . . . . .	103
3.2.3.2. Étude du mouvement pseudo-périodique . . . . .	105
3.2.4. Étude des oscillations forcées . . . . .	105
3.2.5. Étude d'un signal oscillatoire modulé . . . . .	108
3.3. Mouvement d'oscillateurs couplés . . . . .	110
3.3.1. Couplage de deux oscillateurs . . . . .	110
3.3.2. Étude de l'oscillation libre . . . . .	111
3.3.3. Application : problème 6 . . . . .	119
3.4. Dispositif oscillatoire de $k$ oscillateurs – Équilibre et stabilité . . . . .	133
3.4.1. Approche du problème . . . . .	133
3.4.2. Critères de Routh . . . . .	134
<b>Chapitre 4. Le mouvement gyroscopique . . . . .</b>	<b>141</b>
4.1. Couplage gyroscopique . . . . .	141
4.1.1. Constitution du dispositif . . . . .	141
4.1.2. Torseurs distributeurs des vitesses . . . . .	144
4.1.3. Énergies cinétiques des trois constituants . . . . .	144
4.1.4. Équations de la dynamique . . . . .	145
4.1.5. Équations de la mécanique analytique . . . . .	146
4.1.6. Situations d'équilibre du dispositif gyroscopique . . . . .	149
4.1.7. Stabilité du mouvement stationnaire . . . . .	150
4.2. Le pendule gyroscopique . . . . .	153
4.2.1. Constitution du dispositif . . . . .	153
4.2.2. Torseurs distributeurs des vitesses . . . . .	154
4.2.3. Énergies cinétiques . . . . .	155
4.2.4. Équations de Lagrange . . . . .	155
4.2.5. Équilibre et stabilité . . . . .	156
4.3. Le gyrocompas . . . . .	159

4.3.1. Constitution du dispositif . . . . .	159
4.3.2. Principe fondamental de la dynamique . . . . .	161
4.3.3. Équations de la mécanique analytique. . . . .	162
4.3.3.1. Forme générale des équations de Lagrange . . . . .	162
4.3.3.2. Torseurs d'inertie d'entraînement et de Coriolis . . . . .	165
4.3.3.3. Équations de Lagrange . . . . .	167
4.3.4. Mouvement stationnaire et stabilité . . . . .	168
4.3.5. Remarque sur l'établissement des équations de Lagrange . . . . .	172
4.4. Application : problème 7 – Stabilisateur de mouvement . . . . .	173
<b>Table des notations . . . . .</b>	<b>185</b>
<b>Bibliographie . . . . .</b>	<b>193</b>
<b>Index . . . . .</b>	<b>195</b>
<b>Sommaire d'Équations du mouvement 1. . . . .</b>	<b>199</b>
<b>Sommaire d'Équations du mouvement 2. . . . .</b>	<b>201</b>
<b>Sommaire d'Équations du mouvement 3. . . . .</b>	<b>205</b>