

# Table des matières

<b>Avant-propos</b> . . . . .	9
<b>Chapitre 1. Éléments finis mixtes pour les équations de Stokes</b> . . .	11
1.1. Équations de Stokes . . . . .	11
1.2. Existence et unicité pour un problème mixte abstrait . . . . .	14
1.3. Existence et unicité pour les équations de Stokes . . . . .	20
1.4. Approximation par éléments finis d'un problème mixte abstrait . . . . .	23
1.5. Éléments finis mixtes pour les équations de Stokes . . . . .	29
1.6. Conditions aux limites pour les équations de Stokes . . . . .	38
1.6.1. Condition de Dirichlet non homogène . . . . .	38
1.6.2. Condition de Neumann non homogène . . . . .	41
1.6.3. Condition de glissement . . . . .	42
1.7. Tests numériques . . . . .	44
1.7.1. Condition de Dirichlet homogène avec solution exacte . . . . .	45
1.7.2. Condition de Neumann . . . . .	52
1.7.3. Condition de glissement : écoulement dans un quart de disque . . .	52
<b>Chapitre 2. Schémas numériques pour les équations de Navier-Stokes</b> . . . . .	55
2.1. Équations de Navier-Stokes . . . . .	55
2.1.1. Formulation faible mixte . . . . .	57
2.2. Schéma d'Euler implicite, traitement semi-implicite du terme non linéaire . . . . .	58
2.2.1. Stabilité en temps pour la vitesse . . . . .	59
2.2.2. Et la pression ? . . . . .	62
2.2.3. Discrétisation en espace par des éléments finis . . . . .	63

2.3. Schéma d'Euler implicite, traitement implicite du terme non linéaire . . . . .	64
2.4. Schéma d'Euler implicite, traitement explicite du terme non linéaire . . . . .	66
2.5. Quelques propriétés des formes trilineaires $c$ et $\tilde{c}$ . . . . .	74
2.6. Tests numériques : écoulement autour d'un disque . . . . .	78
2.6.1. Traitement semi-implicite du terme non linéaire . . . . .	79
2.6.2. Traitement implicite du terme non linéaire . . . . .	79
2.6.3. Traitement explicite du terme non linéaire . . . . .	83

**Chapitre 3. Approche ALE pour les équations de Navier-Stokes dans un domaine en mouvement . . . . . 93**

3.1. Coordonnées de Lagrange et d'Euler . . . . .	93
3.2. Coordonnées ALE ( <i>Arbitrary Lagrangian Eulerian</i> ) . . . . .	97
3.2.1. Construction d'une application ALE par extension harmonique . . . . .	99
3.2.2. Construction d'une application ALE explicite . . . . .	100
3.3. Formulations faibles non conservative et conservative . . . . .	102
3.3.1. Formulation faible non conservative . . . . .	104
3.3.2. Formulation faible conservative . . . . .	105
3.4. Discrétisation d'ordre un en temps pour la formulation faible conservative . . . . .	106
3.4.1. Schéma d'ordre un en temps pour la formulation conservative . . . . .	110
3.4.2. Loi de conservation géométrique . . . . .	111
3.5. Discrétisation d'ordre un en temps stabilisée pour la formulation non conservative . . . . .	113
3.6. Discrétisation en espace par des éléments finis . . . . .	116
3.7. Tests numériques . . . . .	117

**Chapitre 4. Élasticité linéaire d'évolution . . . . . 125**

4.1. Élasticité linéaire bidimensionnelle . . . . .	125
4.1.1. Le système des équations aux dérivées partielles . . . . .	125
4.1.2. Formulation variationnelle . . . . .	126
4.2. Formulation abstraite . . . . .	127
4.3. Schéma implicite non centré . . . . .	129
4.4. Schéma implicite centré . . . . .	134
4.5. Schéma du point milieu . . . . .	139
4.6. Tests numériques . . . . .	143

**Chapitre 5. Élasticité non linéaire d'évolution . . . . . 145**

5.1. Formulation totalement lagrangienne . . . . .	145
5.1.1. Formulation forte totalement lagrangienne . . . . .	148
5.1.2. Formulation faible totalement lagrangienne . . . . .	148

---

5.2. Le modèle de Saint Venant-Kirchhoff . . . . .	149
5.3. Schéma implicite non centré totalement lagrangien . . . . .	150
5.3.1. La méthode de Newton . . . . .	151
5.4. Schéma du point milieu totalement lagrangien . . . . .	151
5.5. Tests numériques . . . . .	156
<b>Chapitre 6. Schémas numériques pour l'interaction fluide-structure . . . . .</b>	<b>159</b>
6.1. Formulations faibles non conservative et conservative . . . . .	159
6.1.1. Formulation faible non conservative . . . . .	163
6.1.2. Formulation faible conservative . . . . .	165
6.2. Discrétisation en temps de la forme conservative : calcul implicite du domaine . . . . .	166
6.2.1. Schéma discrétisé en temps pour la forme conservative . . . . .	168
6.3. Discrétisation en temps de la forme non conservative : calcul explicite du domaine . . . . .	176
6.4. Stratégies de couplage . . . . .	184
6.4.1. Algorithme de point fixe avec relaxation : calcul implicite du domaine . . . . .	184
6.4.2. Algorithme de point fixe avec relaxation : calcul explicite du domaine . . . . .	186
6.5. Les constantes dans les inégalités de Poincaré, de Korn et de trace . . .	187
6.6. Tests numériques . . . . .	192
6.6.1. Calcul implicite du domaine . . . . .	193
<b>Annexe . . . . .</b>	<b>195</b>
<b>Bibliographie . . . . .</b>	<b>203</b>
<b>Index . . . . .</b>	<b>207</b>