

Table des matières

Préface	9
Liste des notations	13
Chapitre 1. Catégories et foncteurs	25
1.1. Catégories	25
1.1.1. Généralités sur les catégories	25
1.1.2. Catégorie des ensembles	29
1.2. Foncteurs	36
1.2.1. Foncteurs covariants et foncteurs contravariants	36
1.2.2. Morphismes fonctoriels	37
1.2.3. Bifoncteur <i>Hom</i>	38
1.2.4. Flèches universelles et éléments universels	39
1.2.5. Foncteurs représentables	40
1.2.6. Produits et coproduits	42
1.2.7. Produits fibrés et coproduits fibrés	43
1.2.8. Limites inductives et limites projectives	43
1.2.9. Foncteurs exacts et foncteurs adjoints	47
1.2.10. Objets projectifs et objets injectifs	48
1.2.11. Générateurs et cogénérateurs	49
1.3. Structures	50
1.3.1. Catégories concrètes	50
1.3.2. Structures initiales et structures finales	50
1.3.3. Foncteurs concrets	51
1.3.4. Objets libres, foncteur libre	52

Chapitre 2. Structures algébriques élémentaires	53
2.1. Monoïdes et ensembles ordonnés	53
2.1.1. Monoïdes et divisibilité	53
2.1.2. Ensembles ordonnés	55
2.1.3. Treillis	57
2.2. Groupes	60
2.2.1. Groupes et sous-groupes	60
2.2.2. Sous-groupes distingués	61
2.2.3. Isomorphismes fondamentaux	63
2.2.4. Groupes cycliques et groupes simples	65
2.2.5. Treillis des sous-groupes distingués	66
2.2.6. Sous-groupes dérivés	67
2.2.7. Groupes résolubles et groupes nilpotents	68
2.2.8. Action d'un groupe sur un ensemble	69
2.3. Anneaux et algèbres	70
2.3.1. Anneaux et modules	70
2.3.2. Idéaux	72
2.3.3. Idéaux maximaux et idéaux premiers – Spectre	75
2.3.4. Anneaux noethériens et anneaux artiniens	78
2.3.5. Corps – Modules et anneaux simples – Radical	78
2.3.6. Nilradical – Idéal radiciel	83
2.3.7. Anneaux locaux	84
2.3.8. Anneaux principaux et notions connexes	84
2.3.9. Anneaux de polynômes et anneaux de séries entières	90
2.3.10. Notions générales relatives aux algèbres	93
2.3.11. Algèbres de matrices et déterminants	95
2.3.12. Algèbres et modules gradués	100
Chapitre 3. Modules et algèbres	101
3.1. Compléments d'algèbre linéaire	102
3.1.1. Bimodules	102
3.1.2. Dualité	103
3.1.3. Modules libres	104
3.1.4. Suites exactes	108
3.1.5. Produits tensoriels	110
3.1.6. Générateurs et relations	115
3.1.7. Modules sur les anneaux noethériens	118
3.1.8. Complétion m -adique	119
3.1.9. Anneaux de fractions	121
3.1.10. Corps des fractions	123
3.1.11. Anneaux de polynômes et de polynômes de Laurent tordus	129
3.2. Notions d'algèbre commutative	133

3.2.1. Localisation en un idéal premier	133
3.2.2. Notions de géométrie algébrique et de théorie des nombres	135
3.2.3. <i>Supp</i> et <i>Ass</i>	138
3.2.4. Décomposition primaire	141
3.2.5. Entiers – Théorème des zéros	146
3.2.6. Dimension de Krull	151
3.2.7. Ensembles algébriques	154
3.3. Notions homologiques	157
3.3.1. Modules projectifs et modules injectifs	157
3.3.2. Isomorphisme de Malgrange	162
3.3.3. Cogénérateurs injectifs	166
3.3.4. Anneaux de Dedekind	172
3.3.5. Dimension globale	175
3.3.6. Équations de Bézout	179
3.3.7. Catégories préabéliennes et catégories abéliennes	181
3.3.8. Complexes – Notions de topologie algébrique	188
3.3.9. Foncteurs dérivés	201
3.4. Modules sur les anneaux principaux et notions connexes	204
3.4.1. Modules sur les anneaux bézoutiens	204
3.4.2. Modules sur les anneaux principaux	207
3.4.3. Transformations pseudo-linéaires	215
3.4.4. Systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants	221
3.4.5. Modules sur les anneaux de Dedekind	222
Bibliographie	225
Liste des auteurs cités	229
Index	235