

Ce livre est une introduction à la mécanique non linéaire des plaques. Les non-linéarités en jeu peuvent être d'origine géométrique, dues aux perturbations finies, ou d'origine matérielle, dues aux lois de comportement hyperélastiques non linéaires.

Pourquoi le cadre non linéaire ?

Le cadre non linéaire s'impose naturellement dans les problèmes de plaques en grandes déformations, grands déplacements ou grandes rotations, par exemple le cintrage ou le formage d'une tôle.

Une théorie non linéaire s'avère aussi nécessaire pour rendre compte du phénomène de flambement (en statique) ou d'instabilité (en dynamique) des plaques, même si les déformations et les déplacements pré-critiques n'y sont pas importants. En effet, on ne peut pas se contenter de la théorie purement linéaire où les équations sont linéarisées très tôt, mais on doit mener (du moins partiellement) une étude non linéaire avant de linéariser les équations. Le chemin est plus long mais c'est le seul qui permette d'obtenir les termes responsables du flambement.

Synopsis du livre

1. On étudiera dans ce livre trois modèles de plaques, du plus général au plus restrictif du point de vue de l'hypothèse cinématique, et aussi du plus simple au plus compliqué du point de vue de la formulation :
 - (a) le modèle de plaque de Cosserat, dont la cinématique est définie par le champ de déplacement de la surface moyenne et le champ du vecteur directeur, le dernier étant *a priori* arbitraire et indépendant du premier ;
 - (b) le modèle de plaque de Reissner-Mindlin, pour lequel le vecteur directeur est astreint à être unitaire ;
 - (c) le modèle de plaque de Kirchhoff-Love, pour lequel le vecteur directeur doit être à la fois unitaire et orthogonal à la surface moyenne déformée.

Si l'exposé montrera clairement les liens entre les trois modèles, il permettra en même temps au lecteur d'aborder un modèle de manière assez indépendante des autres, c'est-à-dire sans trop se référer à un autre modèle.

Les équations locales de mouvement et les conditions aux limites sthéniques seront obtenues en exploitant le principe des puissances virtuelles. Il est intéressant de remarquer que les résultats obtenus à ce stade ne sont assujettis à aucune hypothèse autre que l'hypothèse cinématique propre à chaque modèle de plaque. Par conséquent, ils sont valables quelle que soit l'amplitude du mouvement et quel que soit le matériau constitutif. Les résultats dépendant du matériau seront présentés à part.

2. Les lois de comportement des plaques seront établies pour des matériaux hyperélastiques. On exclura les comportements plus complexes tels que l'élastoplasticité en transformations finies, sachant que les difficultés liées à ces comportements existent déjà en tridimensionnel et qu'elles ne sont pas spécifiques aux modèles de plaque.

Après avoir obtenu les lois de comportement, on vérifiera que le bilan des équations et des inconnues du problème mécanique est correct. Ce sera aussi le moment de faire le point sur les différentes hypothèses que l'on a adoptées jusqu'alors aux différents stades de la mise en équation des plaques.

3. On étudiera enfin la linéarisation de la théorie des plaques de Kirchhoff-Love. Les équations linéaires qui en résultent permettent d'étudier la vibration des plaques autour d'une configuration de référence éventuellement précontrainte. Appliquées au cas statique, elles permettent de résoudre le problème de flambement des plaques.

Plusieurs sujets importants ne sont pas abordés dans ce livre, par exemple les lois de comportement des plaques orthotropes ou des plaques stratifiées, les grandes transformations élastoplastiques des plaques, les éléments finis de plaque qui constituent à eux seuls un domaine à part. Néanmoins, l'auteur espère que ce livre offre aux lecteurs les bases solides leur permettant d'aller plus loin et d'explorer les modèles non linéaires de plaques plus complexes. Par ailleurs, ce livre devra aussi constituer une bonne introduction pour ceux qui désirent aborder l'étude des coques, puisque les outils tensoriels sont exactement les mêmes et que la formulation est en tout point analogue à celle des plaques.