

Table des matières

Avant-propos	13
Chapitre 1. Introduction aux méthodes inverses	17
1.1. Introduction	17
1.2. Méthodes d'identification	18
1.3. Identification de la loi d'érouissage	22
1.3.1. Exemple d'application	24
1.3.2. Test de validation	25
1.3.3. Hydroformage du tube soudé	26
Chapitre 2. Système d'équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : application à la mécanique	29
2.1. Introduction	29
2.2. Modélisation des systèmes dissipatifs	29
2.2.1. Solutions propres du système autonome	31
2.2.2. Solutions propres	31
2.2.3. Solutions propres du système adjoint.	32
2.2.4. Relation entre les solutions propres de s et de s^*	33
2.2.5. Relation entre les matrices modales X et X^*	34
2.3. Solutions générales du système autonome	35
2.3.1. Solution directe par l'exploitation de la matrice exponentielle	35
2.3.2. Solution indirecte par transformation modale	36

2.4. Solution générale de l'équation complète	37
2.4.1. Solution directe par la matrice exponentielle	38
2.4.2. Solution indirecte par transformation modale	38
2.4.3. Solution générale dans le cas particulier d'une excitation harmonique	39
2.5. Applications aux structures mécaniques	40
2.5.1. Structure mécanique discrète à n degrés de liberté, linéaire, régulière, non dissipative	40
2.5.2. Structure mécanique discrète à n d.d.l. linéaire, régulière et dissipative	42
2.5.3. Norme des vecteurs propres	45
2.5.4. Solution particulière du système avec une force harmonique	47
2.6. Problèmes inverses : expressions des matrices M, B, K en fonction des solutions propres	49

Chapitre 3. Introduction à la dynamique des structures en linéaire 53

3.1. Introduction	53
3.2. Problèmes en dynamique des structures	53
3.2.1. Méthodes des éléments finis	55
3.2.2. Méthode de supposition modale	56
3.2.3. Intégration directe	58
3.2.4. Méthode de Newmark	58
3.2.5. Méthode de θ Wilson	59
3.2.6. Analyse modale de la poutre en sandwich	61

Chapitre 4. Introduction à l'analyse dynamique en non linéaire 63

4.1. Introduction	63
4.2. Systèmes linéaires	64
4.2.1. Généralités	64
4.2.2. Exemples simples de grands déplacements	66
4.2.3. Exemple simple de liaison variable	68
4.2.4. Exemple simple de frottement sec	68
4.2.5. Non-linéarités de matériau	69
4.3. Le système à un d.d.l. non linéaire	69
4.3.1. Généralités	69

4.3.2. Mouvement sans excitation non amorti	70
4.3.3. Cas d'une raideur de la forme $k(1 + \mu x^2)$	72
4.3.4. Mouvement avec excitation non amorti	74
4.3.5. Mouvement avec excitation amorti	78
4.4. Systèmes à N d.d.l. non linéaires	80
4.4.1. Généralités	80
4.4.2. Liaison non linéaire avec mouvement périodique	81
4.4.3. Intégration directe des équations.	83

Chapitre 5. Méthodes de condensation appliquées aux problèmes de valeurs propres 85

5.1. Introduction	85
5.2. Généralité mathématique : transformation matricielle	86
5.3. Méthode de condensation dynamique	88
5.4. Condensation de Guyan	91
5.5. Méthode de Rayleigh-Ritz	94
5.6. Cas d'un problème temporel	97
5.7. Simplification avec une base modale complète	97

Chapitre 6. Méthodes de sous-structuration dynamique des systèmes linéaires 113

6.1. Généralités	113
6.2. Différents types de vecteurs de Ritz	115
6.2.1. Les vecteurs contraints de la $j^{\text{ième}}$ sous-structure $SS^{(j)}$	115
6.2.2. Les vecteurs d'attache de la $j^{\text{ième}}$ sous-structure $SS^{(j)}$	116
6.2.3. Les vecteurs de type champ de déplacement en régime dynamique	116
6.3. Synthèse des solutions propres de la structure assemblée : formulation par une méthode énergétique (Lagrange avec multiplicateurs)	119
6.3.1. Équation d'équilibre de la $k^{\text{ième}}$ sous-structure $SS^{(k)}$ isolée	119
6.3.2. Base de Ritz pour la $k^{\text{ième}}$ sous-structure $SS^{(k)}$	119
6.3.3. Compatibilités entre sous-structures $SS^{(1)}$ et $SS^{(2)}$	120
6.3.4. Lagrangien L de la structure assemblée.	121
6.4. Méthode de sous-structuration de Craig et Bampton [CRA 68]	123
6.4.1. Formulation des relations de base dans le cas de deux sous-structures.	124
6.4.2. Assemblage des deux sous-structures.	125

6.4.3. Restitution des d.d.l. physiques	127
6.4.4. Commentaires	127
6.5. Méthode mixte	127
6.5.1. Mise en forme dans le cas d'une seule SS secondaire	128
6.5.2. Reconstitution de la structure assemblée	129
6.5.3. Commentaires	130
6.6. Méthodes avec vecteurs propres à contour commun libre	130
6.6.1. Méthode des raideurs de couplage.	130
6.6.2. Résolution de [6.39] avec transformation de Ritz	132
6.6.3. Commentaires	133
6.6.4. Critique de la méthode	134
6.6.5. Formulation basée sur les matrices de souplesse dynamique : recherche des solutions propres de la structure assemblée.	135
6.6.6. Formulation dans le cas de deux $SS^{(k)}$, $k = 1, 2$, etc	135
6.7. Méthode introduisant systématiquement une structure intermédiaire de liaison	138
6.7.1. Mise en forme	138
6.7.2. Introduction des vecteurs de Ritz	140
6.7.3. Introduction des conditions de raccordement	141
6.7.4. Équations d'équilibre de la structure assemblée.	143
6.7.5. Normalisation des vecteurs propres de la structure assemblée.	144
6.7.6. Critique de la méthode	145

Chapitre 7. Méthodes de sous-structuration dynamique des systèmes non linéaires

7.1. Introduction	149
7.2. Méthodes de sous-structuration dynamique	151
7.2.1. Cas linéaire	151
7.2.2. Cas non linéaire	153
7.3. Méthode de sous-structuration non linéaire.	155
7.3.1. Équations de vibration d'une sous-structure	156
7.3.2. Problème d'interface fixe.	156
7.3.3. Problème de relèvement statique	158
7.3.4. Représentation du système dans la base linéaire de Craig-Bampton.	159
7.3.5. Réduction du modèle avec l'approche de Shaw et Pierre	160
7.3.6. Assemblage des sous-structures	162

7.4. Décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD) pour les écoulements	163
7.4.1. Propriété des modes POD	164
7.4.2. <i>Snapshot</i> POD	165
7.4.3. Écriture des systèmes dynamiques d'ordre bas	166
7.4.3.1. Système dynamique basé sur le champ de vitesse instantané	166
7.4.3.2. Système dynamique basé sur le champ de vitesse fluctuant	167
7.4.3.3. Traitement du terme de pression	169
7.5. Résultats numériques	170
7.5.1. Analyse modale	173
7.5.2. Décomposition de la cavité acoustique circulaire	176
7.5.3. Décomposition de l'anneau élastique	176

Chapitre 8. Sensibilité directe et inverse 179

8.1. Introduction	179
8.2. Sensibilité directe.	182
8.2.1. Définition de la matrice de sensibilité de l'état $x(t)$	182
8.2.2. Équations de sensibilité	182
8.2.2.1. Sensibilité par rapport aux paramètres p_i	182
8.2.2.2. Sensibilité par rapport aux conditions initiales	183
8.2.3. Applications directes simples	184
8.2.3.1. Systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants – sensibilité de la solution $x(t)$ par rapport au paramètre p_i	184
8.2.3.2. Solution x stationnaire – sensibilité de x par rapport au paramètre p_i	184
8.3. Sensibilité des solutions propres	185
8.3.1. Méthode numérique directe	185
8.3.2. Dérivées des vecteurs propres en fonction des bases modales	186
8.3.3. Dérivées des vecteurs propres à partir d'expressions exactes	188
8.3.3.1. Méthode de Fox-Kapoor	188
8.3.3.2. Méthode de Nelson	190
8.4. Dérivée première d'une solution particulière.	191
8.4.1. Cas scalaire (à titre didactique)	191
8.4.2. Cas général	192
8.5. Regroupement des relations de sensibilité	193
8.5.1. Variations.	193
8.5.2. Regroupements des valeurs propres et vecteurs propres	193
8.5.2.1. Regroupement des valeurs propres	194
8.5.2.2. Regroupement des vecteurs propres	194

8.6. Sensibilité inverse	196
8.6.1. Cas surdéterminé : $2a > m$	197
8.6.2. Solution unique : $2a = m$	198
8.6.3. Cas sous-déterminé : $2a < m$	199
8.6.4. Calcul de la sensibilité directe	203

Chapitre 9. Identification paramétrique et méthodes de recalage de modèles en élastodynamique linéaire 205

9.1. Introduction	205
9.2. Étude en élastodynamique des structures mécaniques.	206
9.2.1. Calculs prévisionnels de comportement à partir de modèles mathématiques	207
9.2.2. Identification	207
9.3. Identification paramétrique – exploitation des essais pour construire des modèles de calculs plus fiables	208
9.3.1. Introduction.	208
9.3.2. Minimisation de l'erreur dans l'équation de comportement	209
9.3.3. Minimisation de l'erreur sur les sorties	210
9.3.4. Estimation combinée de l'état et des paramètres	210
9.4. Quelques méthodes de base en identification paramétrique	211
9.4.1. Dépendance linéaire par rapport aux paramètres et estimation au sens des moindres carrés	211
9.4.2. Estimation de paramètres au sens du maximum de vraisemblance	212
9.4.3. Estimation du vecteur p par méthode de Gauss-Newton. Formulation Bayésienne. Vecteur $z(p)$ fonction non linéaire de p	214
9.4.4. Méthode de moindres carrés non linéaires	217
9.4.4.1. Méthode de Newton	218
9.4.4.2. Méthode de type Gauss-Newton	218
9.4.5. Méthode de quasi linéarisation.	219
9.5. Correction paramétrique de modèles éléments finis en élastodynamique linéaire à partir de résultats d'essais	220
9.5.1. Mise en évidence de quelques difficultés.	221
9.6. Ajustement de modèles $M : k \in R^{c,c}$ par minimisation de normes matricielles des matrices de correction $\delta m ; \delta k$	222
9.6.1. Principe d'une méthode de Baruch et Bar-Itzhack	222
9.6.2. Méthodes de Kabe, Smith et Beattie	225

9.7. Ajustement de modèles $M : k \in R^{c,c}$ par minimisation de vecteurs de résidus construits à partir de matrices de correction locales $\Delta MI, \Delta KI$	226
9.7.1. Minimisation d'un résidu formé à partir de l'équation de comportement	226
9.7.2. Minimisation d'un résidu formé à partir des sorties.	227

Chapitre 10. Problème inverse en dynamique : fonction robuste. 233

10.1. Introduction	233
10.2. Modèles convexes	234
10.2.1. Définitions	234
10.2.2. Problème direct.	235
10.2.3. Problème inverse.	235
10.3. Fonction robuste.	235
10.3.1. Réponse monocritère	235
10.3.2. Réponse multicritère.	236
10.4. Méthodes de résolution	236
10.4.1. Arithmétique des intervalles	236
10.4.2. Méthode d'optimisation.	237
10.4.2.1. Algorithme de minimisation	238
10.4.2.2. Équation de Kuhn-Tucker	238
10.4.2.3. Algorithme SQP.	239
10.4.2.4. Méthode quasi-Newton (BFGS).	240
10.5. Calculs numériques.	241
10.6. Applications	243
10.6.1. Poutre bi-encastée.	243
10.6.2. Équerre	248
10.7. Conclusion.	253

Chapitre 11. Méthodes de synthèse modale et optimisation fiabiliste. 255

11.1. Introduction	255
11.2. Optimisation fiabiliste de conception en dynamique des structures.	256
11.2.1. Méthode hybride fréquentielle	256
11.2.1.1. 1 ^{er} cas : distribution normale	257
11.2.1.2. 2 ^e cas : distribution log-normale.	258

11.2.1.3. 3 ^e cas : distribution uniforme.	260
11.2.2. Condition d'optimalité du problème hybride.	262
11.2.2.1. Optimisation déterministe	263
11.2.2.2. Optimisation fiabiliste hybride.	265
11.2.2.3. Résultats et discussion	265
11.3. Méthode du point le plus sûr (SP)	266
11.3.1. Formulation du problème	267
11.3.1.1. 1 ^{er} cas : distribution normale	267
11.3.1.2. 2 ^e cas : distribution log-normale.	268
11.3.1.3. 3 ^e cas : distribution uniforme.	269
11.3.2. Implémentation de l'approche SP	269
11.4. Couplage des méthodes de synthèse modale et RBDO	276
11.5. Discussions	281
Annexe	283
Bibliographie	291
Index	299