

Table des matières

Avant-propos	9
Introduction	11
Chapitre 1. Éléments finis et fonctions de forme	15
1.1. Notions minimales de base	15
1.2. Fonctions de forme, éléments complets	18
1.2.1. Expression générique des fonctions de forme	18
1.2.2. Expression explicite pour les degrés 1 à 3	21
1.3. Fonctions de forme, éléments réduits	25
1.3.1. Les simplexes, triangles et tétraèdres	26
1.3.2. Les éléments tensoriels, quadrilatères et hexaèdres	31
1.3.3. Les autres éléments, prismes et pyramides	48
1.4. Fonctions de forme, éléments rationnels	48
1.4.1. Triangle rationnel de degré 2 ou arbitraire	48
1.4.2. Quadrilatère rationnel de degré arbitraire	49
1.4.3. Cas général, éléments B-splines ou Nurbs	49
Chapitre 2. Interpolants de Lagrange et de Bézier	51
2.1. Analogie Lagrange-Bézier	52
2.2. Fonctions de Lagrange exprimées en Bézier	53
2.2.1. Le cas tensoriel, coordonnées naturelles	54
2.2.2. Le cas simplicial, coordonnées barycentriques	61
2.3. Polynômes de Bézier exprimés en Lagrange	64
2.4. Application aux courbes	64
2.4.1. Expression Bézier d'une courbe en Lagrange	64
2.4.2. Expression Lagrange d'une courbe en Bézier	68
2.5. Application aux carreaux	69
2.5.1. Expression Bézier d'un carreau en Lagrange	69
2.5.2. Expression Lagrange d'un carreau en Bézier	71
2.6. Éléments réduits	72

2.6.1. Le cas tensoriel, expression en Bézier d'un carreau de Lagrange réduit	72
2.6.2. Le cas tensoriel, définition des carreaux de Bézier réduits	80
2.6.3. Le cas tensoriel, expression en Lagrange d'un carreau de Bézier réduit	88
2.6.4. Le cas simplicial	90
Chapitre 3. Eléments géométriques et validité géométrique	93
3.1. Eléments plans	94
3.2. Eléments surfaciques	103
3.3. Eléments volumiques	103
3.4. Points de contrôle en fonction des nœuds	109
3.5. Eléments réduits	113
3.5.1. Les simplexes, triangles et tétraèdres	113
3.5.2. Les éléments tensoriels, quadrilatères et hexaèdres	114
3.5.3. Les autres éléments, prismes et pyramides	118
3.6. Eléments rationnels	119
3.6.1. Passage Lagrange rationnels - Bézier rationnels	119
3.6.2. Le degré 2, traitement d'un (arc de) cercle	119
3.6.3. Application à l'analyse des éléments rationnels	121
3.6.4. Sur l'utilisation d'éléments rationnels ou plus	136
Chapitre 4. Triangulation	137
4.1. Triangulation, définitions, notions de base et entités naturelles	138
4.1.1. Définitions et notions de base	138
4.1.2. Entités naturelles	141
4.1.3. La boule (topologique) d'un sommet	142
4.1.4. La coquille d'une k -face	142
4.1.5. L'anneau d'une k -face	142
4.2. Topologie et modifications topologiques locales	143
4.2.1. La bascule d'une arête en deux dimensions	144
4.2.2. La bascule d'une face en trois dimensions	144
4.2.3. La bascule d'une arête en trois dimensions	145
4.2.4. Autres bascules ?	147
4.3. Structures de données enrichies	147
4.3.1. Structure minimale	148
4.3.2. Structure enrichie	148
4.4. Construction des entités naturelles	149
4.5. Triangulation, méthode(s) de construction	153
4.6. La méthode incrémentale, une méthode générique	156
4.6.1. Triangulation naïve	157
4.6.2. Triangulation de Delaunay	159
Chapitre 5. Triangulation de Delaunay	161
5.1. Historique	162
5.2. Définitions et propriétés	164
5.3. Méthode incrémentale pour Delaunay	171

5.4. Autres méthodes de construction	177
5.5. Variantes	183
5.6. Anisotropie	184
Chapitre 6. Triangulation et contraintes	189
6.1. Triangulation d'un domaine	190
6.1.1. Triangulation d'un domaine en deux dimensions	191
6.1.2. Triangulation d'un domaine en trois dimensions	199
6.2. Triangulation de Delaunay et « Delaunay admissibilité »	210
6.3. Triangulation d'une variété	216
6.4. Invariants topologiques (triangles et tétraèdres)	218
Chapitre 7. Modélisation géométrique : méthodes	229
7.1. A partir d'une définition analytique, forme implicite ou explicite (CAO)	230
7.1.1. Modélisation d'une courbe implicite, continu \rightarrow discret	231
7.1.2. Modélisation d'une courbe paramétrée	233
7.1.3. Modélisation d'une surface implicite	234
7.1.4. Modélisation d'une surface paramétrée	238
7.2. A partir d'une discrétisation ou d'une triangulation, discret \rightarrow continu	242
7.2.1. Le cas d'une courbe	243
7.2.2. Le cas d'une surface	249
7.3. A partir d'un nuage de points, discret \rightarrow discret	274
7.3.1. Le cas d'une courbe en deux dimensions	275
7.3.2. Le cas d'une surface	279
7.4. Extraction des points et des lignes caractéristiques	299
Chapitre 8. Modélisation géométrique : exemples	301
8.1. Modélisation géométrique de carreaux paramétriques	302
8.2. Lignes caractéristiques d'une surface discrète	306
8.3. Paramétrisation par dépliage d'un carreau surfacique	310
8.4. Simplification géométrique d'une triangulation surfacique	319
8.5. Support géométrique d'une surface discrète	323
8.6. Reconstruction discrète d'un objet ou d'un environnement numérisé	328
Chapitre 9. Quelques algorithmes et formules de base	339
9.1. Subdivision d'une entité (De Casteljau)	340
9.1.1. Subdivision d'une courbe	340
9.1.2. Subdivision d'un carreau	342
9.2. Calcul des coefficients de contrôle (éléments d'ordre élevé)	345
9.3. Algorithmes pour l'insertion d'un point (Delaunay)	347
9.3.1. Algorithme classique	348
9.3.2. Algorithmes modifiés	351
9.4. Construction des relations de voisinage, boules et coquilles	353
9.4.1. Les relations de voisinage	353

9.4.2. Construction de la boule d'un sommet	355
9.4.3. Construction de la coquille d'une arête	357
9.5. Problèmes de localisation	358
9.5.1. Triangulations ou maillages simpliciaux	359
9.5.2. Maillages autres	362
9.6. Quelques formules	363
Conclusions et perspectives	365
Bibliographie	367
Index	373