

Table des matières

Avant-propos	9
Chapitre 1. Présentation du calcul formel de factorisation	17
1.1. Définition du cas modèle et cadre fonctionnel	17
1.2. Plongement invariant direct	19
1.3. Plongement invariant rétrograde	26
1.4. Plongement invariant interne	31
Chapitre 2. Justification du calcul de factorisation	35
2.1. Cadre fonctionnel	35
2.2. Semi-discrétisation	37
2.3. Passage à la limite	42
Chapitre 3. Compléments sur le cas modèle	51
3.1. Une autre méthode pour obtenir la factorisation	51
3.2. Autres conditions aux limites	53
3.2.1. Conditions aux limites sur le bord latéral Σ	53
3.2.1.1. Condition de Neumann	53
3.2.1.2. Condition de Dirichlet	54
3.2.1.3. Condition de Robin	57
3.2.2. Conditions aux limites sur les faces Γ_0 et Γ_a	57
3.2.3. Opérateur Robin-Neumann	58
3.2.4. Problème de Neumann	59
3.3. Prise en compte explicite des conditions aux limites et du second membre	61
3.4. Conditions aux limites périodiques en x	65

3.5. Une formulation alternative mais instable	67
3.6. Lien avec l'opérateur de Steklov-Poincaré	68
3.7. Utilisation du théorème des noyaux de L. Schwartz : lien avec les fonctions de Green et la formule de Hadamard	70

Chapitre 4. Interprétation de la factorisation à l'aide d'un problème de contrôle 75

4.1. Formulation du problème (\mathcal{P}_0) en termes de contrôle optimal	75
4.2. Rappel de résultats sur le découplage des problèmes de contrôle optimal	79
4.3. Rappel des résultats de A. Bensoussan sur le filtrage optimal de Kalman	81
4.4. Régularisation parabolique pour la factorisation du problème aux limites elliptique	83
4.4.1. Convergence de l'opérateur P_ε	87
4.4.2. Régularisation parabolique pour l'opérateur Neumann-Dirichlet	96

Chapitre 5. Factorisation du problème discrétisé 101

5.1. Introduction et position du problème	101
5.2. Application de la méthode de factorisation au problème (\mathcal{P}_h)	103
5.3. Une deuxième possibilité de discrétisation	109
5.4. Une troisième possibilité : schéma centré	112
5.5. Permutation de lignes	115
5.6. Cas d'une discrétisation de la section par éléments finis	117

Chapitre 6. Autres problèmes 127

6.1. Problème linéaire elliptique général du deuxième ordre	127
6.1.1. Position du problème	127
6.1.2. Factorisation par plongement invariant	128
6.2. Systèmes de problèmes aux limites couplés	132
6.2.1. Approche globale	133
6.2.2. Approche séquentielle	134
6.2.2.1. Elimination d'une inconnue	138
6.3. Système de l'élasticité linéaire	138
6.3.1. Position et transformation du problème	139
6.3.2. Calcul formel pour l'obtention du système découplé	141
6.3.3. Problème de contrôle associé	143
6.4. Problèmes d'ordre supérieur à 2	145
6.4.1. Une factorisation pour le bilaplacien	145
6.4.2. Une autre factorisation (instable) pour le bilaplacien	148

6.5. Problème de Stokes	150
6.6. Problèmes paraboliques	157
Chapitre 7. Autres formes de domaines	163
7.1. Généralisation du domaine. Coordonnées orthogonales	163
7.1.1. Hypothèses sur le domaine	163
7.1.2. Calcul formel	166
7.2. Domaines quasi cylindriques avec champ de vitesses normal	169
7.3. Balayage du domaine par des surfaces de forme quelconque	173
Chapitre 8. Factorisation par la méthode <i>QR</i>	187
8.1. Equation normale pour le problème (\mathcal{P}_0) de la section 1.1	187
8.2. Factorisation de l'équation normale par plongement invariant	188
8.3. Méthode <i>QR</i>	193
Chapitre 9. Formules de représentation de la solution d'une équation de Riccati	197
9.1. Formules de représentation	197
9.2. Diagonalisation du problème aux deux bouts	199
9.3. Représentation homographique de $P(x)$	201
9.4. Factorisation du problème (\mathcal{P}_0) avec une condition de Dirichlet en $x = 0$	202
Annexe. La factorisation <i>LU</i> de Gauss comme méthode de plongement invariant	205
Bibliographie	215
Index	219