

Table des matières

| | |
|---|----|
| Avant-propos | 9 |
| PREMIÈRE PARTIE. INTRODUCTION ET EXEMPLES | 13 |
| Chapitre 1. Généralités sur les problèmes inverses | 15 |
| 1.1. Problèmes inverses, problèmes directs | 15 |
| 1.2. Problèmes bien et mal posés | 16 |
| Chapitre 2. Exemples de problèmes inverses | 21 |
| 2.1. Problèmes inverses en thermique | 21 |
| 2.2. Problèmes inverses en hydrogéologie | 25 |
| 2.3. Problèmes inverses en sismique | 27 |
| 2.4. Imagerie médicale | 32 |
| 2.5. Autres exemples | 36 |
| DEUXIÈME PARTIE. PROBLÈMES INVERSES LINÉAIRES | 41 |
| Chapitre 3. Opérateurs intégraux et équations intégrales | 43 |
| 3.1. Définition et premières propriétés | 43 |
| 3.2. Discrétisation des équations intégrales | 48 |
| 3.2.1. Discrétisation par quadrature-collocation | 48 |
| 3.2.2. Discrétisation par la méthode de Galerkin | 51 |
| 3.3. Exercices | 54 |

| | |
|--|------------|
| Chapitre 4. Problèmes de moindres carrés linéaires – Décomposition en valeurs singulières | 57 |
| 4.1. Propriétés mathématiques des problèmes de moindres carrés | 57 |
| 4.1.1. Cas de la dimension finie | 62 |
| 4.2. Décomposition en valeurs singulières de matrices | 64 |
| 4.3. Développement en valeurs singulières des opérateurs compacts | 69 |
| 4.4. Applications de la SVD aux problèmes de moindres carrés | 73 |
| 4.4.1. Cas des matrices | 73 |
| 4.4.2. Cas des opérateurs | 74 |
| 4.5. Exercices | 77 |
| | |
| Chapitre 5. Régularisation des problèmes inverses linéaires | 81 |
| 5.1. La méthode de Tikhonov | 82 |
| 5.1.1. Présentation | 82 |
| 5.1.2. Convergence | 83 |
| 5.1.3. La courbe en L | 90 |
| 5.2. Applications de la SVD | 93 |
| 5.2.1. SVD et méthode de Tikhonov | 93 |
| 5.2.2. Régularisation par troncature spectrale | 94 |
| 5.3. Choix du paramètre de régularisation | 97 |
| 5.3.1. Le principe de l'écart de Morozov | 97 |
| 5.3.2. La courbe en L | 100 |
| 5.3.3. Méthodes numériques | 101 |
| 5.4. Méthodes itératives | 102 |
| 5.5. Exercices | 106 |
| | |
| TROISIÈME PARTIE. PROBLÈMES INVERSES NON LINÉAIRES | 111 |
| | |
| Chapitre 6. Problèmes inverses non linéaires : généralités | 113 |
| 6.1. Les trois espaces fondamentaux | 114 |
| 6.2. Formulation par moindres carrés | 119 |
| 6.2.1. Difficultés des problèmes inverses | 122 |
| 6.2.2. Optimisation, paramétrisation, discrétisation | 122 |
| 6.3. Méthodes de calcul du gradient – La méthode de l'état adjoint | 123 |
| 6.3.1. Les différences finies | 124 |
| 6.3.2. Les fonctions de sensibilité | 125 |
| 6.3.3. La méthode de l'état adjoint | 126 |
| 6.3.4. Calcul de l'état adjoint par le lagrangien | 128 |
| 6.3.5. Le test du produit scalaire | 129 |
| 6.4. Paramétrisation et organisation générale | 130 |
| 6.5. Exercices | 132 |

| | |
|--|------------|
| Chapitre 7. Quelques exemples d'estimation de paramètres | 135 |
| 7.1. Equation elliptique en dimension 1 | 135 |
| 7.1.1. Calcul du gradient | 136 |
| 7.2. Diffusion stationnaire : équation elliptique en dimension 2 | 137 |
| 7.2.1. Calcul du gradient : application de la méthode générale | 140 |
| 7.2.2. Calcul du gradient par le lagrangien | 142 |
| 7.2.3. Le test du produit scalaire | 142 |
| 7.2.4. Paramétrisation multi-échelle | 143 |
| 7.2.5. Un exemple | 143 |
| 7.3. Equation différentielle | 146 |
| 7.3.1. Un exemple d'application | 151 |
| 7.4. Diffusion transitoire : équation de la chaleur | 153 |
| 7.5. Exercices | 158 |
| | |
| Chapitre 8. Pour en savoir plus | 163 |
| 8.1. Régularisation dans d'autres normes | 163 |
| 8.1.1. Semi-normes de Sobolev | 163 |
| 8.1.2. Régularisation en norme de variation bornée | 165 |
| 8.2. Approche statistique, inversion bayésienne | 165 |
| 8.2.1. Moindres carrés et statistiques | 166 |
| 8.2.2. Inversion bayésienne | 167 |
| 8.2.2.1. Probabilités <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i> | 167 |
| 8.2.2.2. Quelques techniques d'estimation | 169 |
| 8.2.2.3. Références | 170 |
| 8.3. Autres sujets | 170 |
| 8.3.1. Aspects théoriques : identifiabilité | 170 |
| 8.3.2. Différentiation algorithmique | 171 |
| 8.3.3. Méthodes itératives et problèmes de grande taille | 171 |
| 8.3.4. Logiciels | 172 |
| | |
| Annexe A. Méthodes numériques pour les problèmes de moindres carrés | 175 |
| | |
| Annexe B. Rappels d'optimisation | 189 |
| | |
| Annexe C. Rappels et compléments d'analyse fonctionnelle | 199 |
| | |
| Bibliographie | 211 |
| | |
| Index | 219 |