

---

## Table des matières

---

<b>Avant-propos</b> . . . . .	11
<b>Introduction</b> . . . . .	13
<b>Chapitre 1. Introduction à la théorie de l'information</b> . . . . .	17
1.1. Introduction . . . . .	17
1.2. Rappels de probabilités . . . . .	17
1.2.1. Variables aléatoires discrètes . . . . .	18
1.2.2. Variables aléatoires continues . . . . .	20
1.2.3. Inégalité de Jensen . . . . .	20
1.2.4. Signaux aléatoires . . . . .	21
1.3. Entropie et information mutuelle . . . . .	23
1.3.1. Remarque sur la notion d'information . . . . .	23
1.3.2. Une mesure logarithmique de l'information . . . . .	23
1.3.3. Information mutuelle . . . . .	25
1.3.4. Entropie et information mutuelle moyenne . . . . .	26
1.3.5. Divergence de Kullback-Leibler . . . . .	30
1.3.6. Entropie différentielle . . . . .	30
1.3.7. Séquences typiques et conjointement typiques . . . . .	31
1.4. Théorèmes pour le codage de source sans perte . . . . .	35
1.4.1. Introduction . . . . .	35
1.4.2. Entropie et redondance d'une source . . . . .	35
1.4.3. Théorème fondamental du codage de source . . . . .	36
1.4.4. Codage de source sans perte . . . . .	37
1.5. Théorème pour le codage de source avec perte . . . . .	43
1.5.1. Introduction . . . . .	43
1.5.2. Définitions . . . . .	44
1.5.3. Théorème du codage de source avec perte . . . . .	45
1.6. Modèles de canaux de transmission . . . . .	47
1.6.1. Canal binaire symétrique . . . . .	47
1.6.2. Canaux discrets sans mémoire . . . . .	50

1.6.3. Canal binaire à effacement . . . . .	51
1.6.4. Canal à bruit blanc additif gaussien . . . . .	52
1.7. Capacité d'un canal de transmission . . . . .	53
1.7.1. Introduction . . . . .	53
1.7.2. Capacité d'un canal de transmission . . . . .	53
1.7.3. Théorème fondamental du codage de canal . . . . .	55
1.7.4. Capacité d'un canal binaire symétrique . . . . .	56
1.7.5. Capacité d'un canal binaire à effacement . . . . .	58
1.7.6. Capacité d'un canal à bruit blanc additif gaussien . . . . .	58
1.7.7. Représentation géométrique . . . . .	61
1.8. Exercices . . . . .	66
1.8.1. Exercice 1 : calcul d'entropies pour canal à entrées et sorties discrètes . . . . .	66
1.8.2. Exercice 2 : calcul d'information mutuelle . . . . .	67
1.8.3. Exercice 3 : capacité d'un canal à bruit blanc additif gaussien . . . . .	67
1.8.4. Exercice 4 : canal binaire symétrique . . . . .	67
1.8.5. Exercice 5 : canal Z . . . . .	67
1.8.6. Exercice 6 : canal à entrées et sorties discrètes . . . . .	68
<b>Chapitre 2. Codage de source . . . . .</b>	<b>69</b>
2.1. Introduction . . . . .	69
2.2. Algorithmes pour le codage de source sans perte . . . . .	69
2.2.1. Codage par plage . . . . .	69
2.2.2. Algorithme de Huffman . . . . .	70
2.2.3. Evaluation de l'entropie d'un texte écrit . . . . .	72
2.2.4. Codage arithmétique . . . . .	74
2.2.5. Algorithme LZ78 . . . . .	76
2.2.6. Algorithme de Lempel-Ziv-Welch (LZW) . . . . .	78
2.3. Echantillonnage et quantification . . . . .	80
2.3.1. Introduction . . . . .	80
2.3.2. Rappel sur le théorème de l'échantillonnage . . . . .	80
2.3.3. Quantification scalaire . . . . .	80
2.3.4. Quantification scalaire optimale . . . . .	88
2.3.5. Quantification vectorielle . . . . .	92
2.3.6. Quantification vectorielle optimale . . . . .	96
2.4. Techniques de codage pour les sources analogiques à mémoire . . . . .	97
2.4.1. Introduction . . . . .	97
2.4.2. Prédiction linéaire . . . . .	97
2.4.3. Quantification scalaire prédictive . . . . .	100
2.4.4. Codage par transformée . . . . .	105
2.4.5. Codage par sous-bande . . . . .	108
2.5. Application à la compression des images et du son . . . . .	109
2.5.1. Application à la compression d'image fixe . . . . .	109

2.5.2. Application au codage de la parole . . . . .	111
2.5.3. Application à la compression audio . . . . .	117
2.6. Exercices . . . . .	123
2.6.1. Exercice 1 : entropie et codage d'Huffman . . . . .	123
2.6.2. Exercice 2 : entropie et codage d'Huffman d'une source corrélée . . . . .	124
2.6.3. Exercice 3 : codage LZ78 . . . . .	124
2.6.4. Exercice 4 : quantification scalaire et codage d'Huffman . . . . .	124
2.6.5. Exercice 5 : quantification scalaire et distorsion . . . . .	125
2.6.6. Exercice 6 : codage DPCM . . . . .	125
<b>Chapitre 3. Codes correcteurs d'erreurs en blocs . . . . .</b>	<b>127</b>
3.1. Introduction . . . . .	127
3.2. Les corps finis . . . . .	128
3.2.1. Rappel sur les corps . . . . .	128
3.2.2. Les corps finis . . . . .	129
3.2.3. Polynômes irréductibles et primitifs . . . . .	129
3.2.4. Corps finis à $2^m$ éléments . . . . .	130
3.3. Codes en blocs linéaires . . . . .	132
3.3.1. Introduction . . . . .	132
3.3.2. Distance minimale d'un code . . . . .	135
3.3.3. Matrice de contrôle . . . . .	136
3.3.4. Fonctions d'énumération de poids . . . . .	137
3.3.5. Capacité de correction et de détections d'erreurs d'un code linéaire en blocs . . . . .	139
3.3.6. Bornes sur la distance minimale des codes linéaires en blocs . . . . .	141
3.3.7. Bornes sur le taux en régime non asymptotique . . . . .	144
3.3.8. Principaux codes en blocs . . . . .	147
3.3.9. Représentations graphiques des codes en blocs linéaires binaires . . . . .	152
3.4. Décodage des codes en blocs linéaires binaires . . . . .	157
3.4.1. Introduction . . . . .	157
3.4.2. Décodage optimal . . . . .	158
3.4.3. Décodage à entrées dures des codes en blocs linéaires binaires . . . . .	161
3.4.4. Décodage à entrées pondérées des codes en blocs linéaires binaires . . . . .	166
3.4.5. Décodage des codes en blocs linéaires binaires sur le canal à effacement . . . . .	168
3.5. Performances des codes linéaires en blocs . . . . .	175
3.5.1. Performances des codes linéaires en blocs avec décodage à entrées dures . . . . .	175
3.5.2. Bornes par réunion . . . . .	175

3.5.3. Performances des codes linéaires en blocs avec décodage à entrées souples . . . . .	177
3.5.4. Gain de codage . . . . .	181
3.5.5. Comparaison des performances des décodeurs à entrées dures et pondérées . . . . .	184
3.6. Codes cycliques . . . . .	184
3.6.1. Définition et propriétés . . . . .	184
3.6.2. Propriétés des codes cycliques . . . . .	187
3.6.3. Détection d'erreurs par CRC et requête automatique de répétition . . . . .	191
3.6.4. Codage des codes cycliques . . . . .	194
3.6.5. Décodage des codes cycliques . . . . .	200
3.6.6. Les codes BCH . . . . .	203
3.6.7. Les codes Reed Solomon . . . . .	213
3.7. Applications . . . . .	214
3.8. Exercices . . . . .	216
3.8.1. Exercice 1 : code de répétition . . . . .	216
3.8.2. Exercice 2 : probabilité d'erreur sur canal binaire symétrique . . . . .	216
3.8.3. Exercice 3 : stratégie de réémission . . . . .	217
3.8.4. Exercice 4 : code simplexe (7,3) . . . . .	217
3.8.5. Exercice 5 : code linéaire en blocs (6,3) . . . . .	218
3.8.6. Exercice 6 : code de Hamming (7,4) . . . . .	218
3.8.7. Exercice 7 : code de Reed-Muller (8,4) . . . . .	219
3.8.8. Exercice 8 : décodage à entrées dures d'un code en blocs sur le treillis . . . . .	219
3.8.9. Exercice 9 : décodage à entrées pondérées d'un code en blocs sur le treillis . . . . .	220
3.8.10. Exercice 10 : décodage à entrées pondérées . . . . .	221
3.8.11. Exercice 11 : comparaison du décodage à entrées dures et pondérées . . . . .	221
3.8.12. Exercice 12 : code de Hamming . . . . .	222
3.8.13. Exercice 13 : code cyclique . . . . .	223
3.8.14. Exercice 14 : code de Hamming . . . . .	224
3.8.15. Exercice 15 : performance des codes de Reed Solomon . . . . .	224
3.8.16. Exercice 16 : CRC . . . . .	225
3.8.17. Exercice 17 : code de Reed Solomon . . . . .	225
<b>Chapitre 4. Codes convolutifs . . . . .</b>	<b>227</b>
4.1. Introduction . . . . .	227
4.2. Représentations mathématiques et structures matérielles . . . . .	227
4.2.1. Définitions . . . . .	227
4.2.2. Représentation matricielle des codes convolutifs . . . . .	233

4.3. Représentations graphiques des codes convolutifs . . . . .	236
4.3.1. Diagramme de transitions d'état . . . . .	236
4.3.2. Diagramme en treillis . . . . .	237
4.3.3. Graphes TWL . . . . .	238
4.4. Distance libre et fonction de transfert des codes convolutifs . . . . .	239
4.5. Algorithme de Viterbi pour le décodage des codes convolutifs . . . . .	242
4.5.1. Complexité du décodeur de Viterbi . . . . .	245
4.6. Poinçonnage des codes convolutifs . . . . .	245
4.7. Applications . . . . .	246
4.8. Exercices . . . . .	247
4.8.1. Exercice 1 : code convolutif récursif systématique . . . . .	247
4.8.2. Exercice 2 : code non récursif et décodage de Viterbi . . . . .	247
<b>Chapitre 5. Codes concaténés et décodage itératif . . . . .</b>	<b>249</b>
5.1. Introduction . . . . .	249
5.2. Décodage à entrées et sorties pondérées . . . . .	250
5.2.1. Introduction . . . . .	250
5.2.2. Algorithme Somme-Produit . . . . .	256
5.2.3. Algorithme Aller-Retour . . . . .	264
5.3. Codes LDPC . . . . .	281
5.3.1. Définition . . . . .	281
5.3.2. Encodage des codes LDPC . . . . .	286
5.3.3. Décodage itératif des codes LDPC . . . . .	288
5.3.4. Applications . . . . .	298
5.4. Codes convolutifs concaténés en parallèle ou turbo codes . . . . .	298
5.4.1. Introduction . . . . .	298
5.4.2. Structure du codeur . . . . .	299
5.4.3. Etude des performances des turbo codes . . . . .	302
5.4.4. Décodeur itératif des turbo codes . . . . .	305
5.4.5. Courbes EXIT . . . . .	311
5.4.6. Critères et méthodes de construction des entrelaceurs . . . . .	314
5.4.7. Applications . . . . .	320
5.5. Autres classes de codes concaténés . . . . .	322
5.5.1. Codes PCBC . . . . .	322
5.5.2. Codes convolutifs concaténés en série . . . . .	324
5.5.3. Codes répétition-accumulation . . . . .	325
5.5.4. Codes produits . . . . .	325
5.6. Exercices . . . . .	326
5.6.1. Exercice 1 : décodage à entrées et sorties pondérées d'un code convolutif à deux états . . . . .	326
5.6.2. Exercice 2 : décodage à entrées et sorties pondérées d'un code en blocs (4,3) . . . . .	328

<b>Annexe A. Démonstration de la capacité d'un canal BBAG</b> . . . . .	329
<b>Annexe B. Calcul de la fonction IRWEF d'un code RSC</b> . . . . .	331
<b>Glossaire</b> . . . . .	333
<b>Notations</b> . . . . .	337
<b>Bibliographie</b> . . . . .	341
<b>Index</b> . . . . .	349
<b>Sommaire du volume 22.2.</b> . . . . .	351