
Table des matières

Introduction	9
PREMIÈRE PARTIE. CLASSIFICATIONS PHÉNOMÉNALES ET CLASSIFICATIONS NOUMÉNALES	13
Chapitre 1. Le problème classificatoire	15
1.1. La difficile opération de classer	17
1.2. L'idée d'une théorie générale des classifications	19
1.3. Un projet comtien	20
1.4. Les travaux de Léo Apostel	28
1.5. Un article mal interprété	31
1.6. Quelques convictions partagées	32
Chapitre 2. Les classifications « phénoménales »	35
2.1. Classer est-il possible ? Les objections de principes	35
2.2. La formation du concept de classification	39
2.2.1. L'Antiquité : classifications hiérarchiques et processus dichotomiques	40
2.2.2. Des classifications multicritères et virtuellement infinies	44
2.2.3. Les classifications combinatoires ou ordres multiples croisés	46
2.3. Les classifications documentaires	49
2.3.1. La classification décimale Dewey	50
2.3.2. La classification décimale universelle (CDU)	51
2.3.3. Coup d'œil sur les autres classifications	52
2.4. Vers une mathématique des classifications	59
2.4.1. L'analyse des données : brève histoire	60

2.4.2. La taxinomie numérique	62
2.4.3. La voie logico-algébrique	66
2.5. La question du fondement d'une théorie des classifications	68
Chapitre 3. Vers des classifications nouménales ?	71
3.1. Quelques exemples de classifications robustes	73
3.1.1. La classification des événements physiques	74
3.1.2. La classification des particules élémentaires	76
3.1.3. La classification chimique de Mendeleiev	80
3.2. Taxinomie biologique et nouménalité	84
3.2.1. L'arbre de la vie : arbre ou buisson ?	84
3.2.2. Bifurcations et embranchements. Le cladisme	85
3.2.3. La taxinomie des premiers vivants : le débat Mayr-Woese	90
3.2.4. Le nouvel arbre de la vie (premières branches)	92
3.3. Les classifications en sciences humaines	95
3.4. Tout est-il classable ?	101
DEUXIÈME PARTIE. DES ENSEMBLES AUX MODÈLES	
ET À LA <i>CLASSIFICATION THEORY</i>	105
Chapitre 4. Les classifications en mathématiques pures	109
4.1. L'approche logique	109
4.2. La théorie descriptive des ensembles	110
4.3. La théorie combinatoire	112
4.4. L'informatique théorique	114
4.5. La théorie des graphes	115
4.6. La théorie des ordres partiels	118
4.7. La théorie des nombres	119
4.8. La théorie des chaînes de Markov	120
4.9. La voie algébrique pure	121
4.10. La théorie de l'information	121
4.11. Vers une axiomatique des classifications ?	122
Chapitre 5. Ensembles, hiérarchies, automates	125
5.1. La théorie des ensembles	125
5.1.1. Cantor et l'origine de la théorie des ensembles	126
5.1.2. De Zermelo à Cohen	130
5.2. Les hiérarchies ensemblistes	131
5.2.1. La hiérarchie arithmétique	132
5.2.2. La hiérarchie analytique	134

5.2.3. Lien avec la théorie des automates	136
5.2.4. Hiérarchie mathématique et complexité logique	137
5.3. L'approche informatique	139
5.3.1. Notations	140
5.3.2. Esquisse d'une algèbre sur des arbres infinis	142
5.3.3. Un bilan assez maigre	144
Chapitre 6. Des modèles à la <i>classification theory</i>	147
6.1. But de la théorie et point de départ historique	147
6.1.1. La <i>classification theory</i> de Shelah	148
6.1.2. Domaines d'instabilité et théories « simples »	149
6.1.3. Au-delà du premier ordre	150
6.2. Le <i>main gap theorem</i>	151
6.3. La théorie de la classification après Shelah	158
6.4. Appendice : les « créatures » de Shelah	160
6.4.1. Les « faibles » créatures	162
6.4.2. Opérations sur les créatures	164
TROISIÈME PARTIE. VERS DES STRUCTURATIONS OBJECTIVES	169
Chapitre 7. Des modèles aux structures	173
7.1. Philosophie de la théorie des modèles	173
7.2. Modèles et structures mathématiques	174
7.3. Une question préalable	176
7.4. Classification et structures mathématiques	178
7.4.1. Graphes et classifications	179
7.4.2. Classifications et arbres infinis	181
7.4.3. Le treillis de tous les treillis	184
7.4.4. Remarque sur les hypergraphes et matroïdes	187
7.4.5. Relations entre structures algébriques et structures d'ordre	187
Chapitre 8. Des structures au concret	195
8.1. Partitions de $[n]$ et partitions d'un ensemble	196
8.2. La connexion partitions-systèmes dynamiques	198
8.3. Les applications aux systèmes physiques chaotiques	202
8.4. Des mathématiques à la chimie	204
8.4.1. Indice de Wiener	210
8.4.2. Indices de connectivité moléculaire de Randić	211
8.4.3. Indice de Balaban	211
8.4.4. Autres indices	212

8.5. Vers les structures sociales	212
8.6. Les classifications intrinsèquement difficiles	217
8.6.1. Les variétés géométriques et la physique	217
8.6.2. Les variétés algébriques complexes	220
8.7. Les limites de la classification	222
8.7.1. Parataxie et entrelacs	222
8.7.2. Dédouplements	229
8.7.3. La non-séparabilité	231
8.7.4. Le problème du « chaos »	233
8.8. La critique de la pensée hiérarchique	233
8.9. Considérations métaphysiques	239
Chapitre 9. Relativisme logique et métaclassification	241
9.1. Le sens du théorème de Löwenheim-Skolem	241
9.1.1. Le théorème de Löwenheim-Skolem	242
9.1.2. Le paradoxe de Skolem et ses interprétations	244
9.1.3. Des mathématiques aux sciences de la nature : la fin de la certitude ?	247
9.1.4. L'interprétation de S.C. Kleene	248
9.1.5. Formulations et interprétations contemporaines	250
9.2. La fin des ontologies ?	252
9.2.1. Le problème de la philosophie comme science de la totalité	252
9.2.2. Le poids de la logique	253
9.2.3. La non-isomorphie des modèles	257
9.3. Vers une métastructure « nouménale »	260
9.3.1. De la théorie des modèles à l'idée de « métaclassification »	260
9.3.2. L'ensemble infini des classifications et la convergence vers l'indice	263
9.3.3. Réalité multidimensionnelle et théorie des Topoi	268
9.3.4. L'espace topologique des classificateurs	271
9.3.5. Les relations entre les classifications	271
9.3.6. La classification des connaissances	273
9.3.7. Les fondements d'une théorie générale des classifications	275
Conclusion	279
Bibliographie	289
Index	311