

---

## Introduction

---

Qui réfléchit sur les classements et les classifications ne peut guère réclamer l'indulgence du lecteur : ordonner, ranger, classer, étiqueter sont des opérations qui prêtent à rire et qui, dans l'imaginaire collectif, renvoient, le plus souvent, à des pratiques quasi-maniaques et presque anti-vitales, que les écrivains et les philosophes, en général, n'ont pas manqué de fustiger, sinon de ridiculiser. Avant Cortazar ou Pérec, Socrate, mais aussi bien Pascal, Spinoza ou Bergson ([PAR 04], p. 215-216), ont souvent raillé de telles activités. Le sentiment de tout le monde est que la vie échappe aux cases rigides dans lesquelles on voudrait l'enfermer. Elle les excède et les déborde, parfois même les fait éclater. La mise en fiches, qu'exigent sans doute la bibliothèque ou le musée, inclut en elle un aspect mécanique ou mécanographique qui semble avoir lui-même un goût de mort.

En même temps, force est de reconnaître que ces opérations de fichage et de catalogage, très répandues, ont visiblement d'importants bénéfices. Mettre un peu d'ordre dans le monde est loin d'être une activité banale : d'une part, comme le notait jadis E. Goblot, la classification est à la fois science et objet de science : « Une classification est toute une science, et même la classification est toute la science » ([GOB 18], §94, p. 147); d'autre part, la façon dont on la pratique induit ensuite de nombreuses conséquences, y compris éthiques ou politiques, qui peuvent s'avérer, le cas échéant, dangereuses. Penser philosophiquement la notion de « classification », comme certains auteurs de la tradition française ([BAC 53, DAG 69, DAG 70, DUH 06]) ont commencé de le faire, n'a donc rien de superflu.

Si l'on y réfléchit, cependant, il n'est pas facile de définir dans sa généralité la notion de classification, moins simple encore de déterminer des classifications structurellement stables.

La notion de classification (ou répartition d'une population en groupes ou classes) a, certes, un long passé, comme le montrent les travaux des ethnologues et des

historiens des sciences. Les philosophes (de Platon à Kant), les naturalistes (de Linné à de Candolle, et de Darwin à Hennig), les bibliothécaires (de Dewey à Ranganathan) ont contribué à la développer.

L'avènement des mathématiques de l'ordre (Birkhoff), la taxinomie numérique (Sokal et Sneath) puis le développement de l'informatique au XX<sup>e</sup> siècle (analyse des données, classification automatique), ont évidemment contribué à en étendre la pratique. Cette dernière discipline (l'informatique appliquée) a notamment permis d'associer aux modèles théoriques d'autrefois des algorithmes effectifs permettant la construction rapide de classifications empiriques finies.

Force est de constater cependant que ces classifications sont, la plupart du temps, instables. Il n'est d'ailleurs même pas sûr que le problème de la classification soit résoluble dans les termes dans lesquels il est ainsi posé.

En même temps, chacun sait que certaines sciences – les sciences exactes, et, parmi elles, les mathématiques et la physique notamment, mais aussi, parfois, la chimie – conduisent à des classifications d'objets ou de structures qui paraissent jouir d'une certaine objectivité et d'une relative permanence. Nul ne semble remettre en question la classification des coniques (cercle, ellipse, parabole, hyperbole), ou celle des géométries (plane, sphérique, hyperbolique). La classification des particules élémentaires reste sans doute encore à perfectionner mais celle de Mendeleiev trône depuis près d'un siècle et demi dans les salles de chimie<sup>1</sup>. Il faut donc bien reconnaître, comme nous le montrerons dès la première partie, qu'à côté de rangements de type purement phénoménal, c'est-à-dire fondés sur des ressemblances et des différences seulement perçues, existent aussi des affectations plus stables – les classifications que nous avons appelées nouménales, même si certaines d'entre elles peuvent encore, parfois, évoluer. Cela dit, on s'efforcera de montrer que la question classificatoire est beaucoup plus fondamentale qu'il ne paraît, et qu'elle mobilise une réflexion théorique et des mathématiques beaucoup plus difficiles qu'on ne le croit d'ordinaire pour pouvoir être traitée comme il convient et donner lieu à des constructions effectives ou à des transformations réglées.

La position du problème, au plan des mathématiques pures, nous amènera d'ailleurs, dans la seconde partie de cet ouvrage, à entrer dans différentes théories des ensembles, à aborder les hiérarchies – formelles ou informatiques – qui leur sont associées, et non moins à étudier de près cette partie de la théorie des modèles baptisée, depuis Saharon Shelah, *classification theory*. Le bénéfice de ces approches,

---

1. On objectera qu'elle s'est modifiée entre temps avec les lanthanides, les transuraniens, etc. Mais son principe de base, l'ordre croissant des poids ou des numéros atomiques n'a pas varié et son dispositif, comme nous le rappellerons, a même permis de prédire l'existence de nouveaux corps à partir de ceux qu'on connaissait déjà.

certes, pourra paraître maigre, du point de vue de la pratique empirique, mais nous montrerons qu'elles n'en conduisent pas moins à des résultats que l'on peut difficilement passer sous silence. De plus, elles mettent en circulation des méthodes de pensée et une vision du monde qui méritent d'être connues au-delà du petit cercle de chercheurs que ces problèmes concernent au premier chef.

Dans une troisième partie de notre ouvrage, nous tenterons alors de refaire en sens inverse le chemin précédent, qui nous avait très vite fait quitter l'empirie : partant cette fois-ci des modèles mathématiques et des structures qui les interprètent, nous tenterons de montrer comment ceux-ci s'incarnent dans des réalités diverses, notamment en physique et en chimie, et comment les difficultés ou limites de la classificabilité des phénomènes (que l'on peut rencontrer ici ou là), ne doivent pas remettre en cause la fécondité de telles approches. *In fine*, critiquant le relativisme induit par la théorie des modèles, nous tenterons de défendre, aussi loin qu'il est possible, une position à la fois rationaliste et réaliste en mathématique classificatoire. Nous élevant à l'idée d'une « métaclassification » et à la question des fondements d'une théorie générale des classifications, nous suivrons en fait une problématique voisine de celle des fondements d'une théorie des ensembles, à ceci près que les classes, qui sont des ensembles concrets, doivent nécessairement exister comme telles dans le réel pour pouvoir faire partie de la théorie.

Dans tout ce parcours, notre réflexion, de type pluridisciplinaire, rencontrera différents domaines, que nous abordons évidemment avec des compétences inégales, mais qui devraient en même temps intéresser plusieurs types de lecteurs. Le mathématicien trouvera là matière à méditer sur l'algèbre des arbres ou les fondements d'une théorie des classes ; le physicien (qui doit classer aussi bien les événements du monde que les particules élémentaires) aura l'occasion de réinterpréter certaines de ses formules ; le biologiste, quant à lui, ne cessera de côtoyer l'épineux problème de l'arbre de la vie et de la répartition des premiers vivants ; enfin le philosophe rencontrera ici même, exprimés sous une forme plutôt plus précise que d'habitude, les problèmes immémoriaux de l'ordre et du changement.

### **Avertissement au lecteur**

Ce texte, élaboré au fil de longues années, accompagne un ouvrage plus mathématique (voir [PAR 13]), avec lequel, cependant, il ne fait pas double emploi. En revanche, certains chapitres ont parfois déjà donné lieu à des communications. Ainsi, le deuxième chapitre de la première partie est la reprise (modifiée) d'un article publié naguère par l'un d'entre nous (Daniel Parrochia) dans le *Bulletin de la Société francophone de classifications*. La question de la stabilité des classifications empiriques, que nous n'abordons pas ici dans toute son ampleur, avait fait l'objet d'une conférence à Aix-en-Provence (séminaire d'Elisabeth Schwartz et de Pierre Livet) dans les années 1990, puis d'un exposé à l'ENSSIB de Lyon en avril 1992 dans

le cadre d'une journée d'études sur le thème « Théorie et pratique des classifications », co-organisée par l'ENSSIB et l'ABDU. Des exposés partiels sur ces sujets ont été également donnés dans des congrès et séminaires plus récents (Hommage à Jacques Lambert, Université de Grenoble II, septembre 2007 ; Séminaire dirigé par Sophie Roux, Ecole Normale Supérieure de Lyon, novembre 2007) ou lors de colloques en l'honneur de certains de nos collègues (Annie Petit, Maison d'Auguste Comte, Paris, 2010). La suite, anticipée par un article cosigné de nos deux noms (voir [PAR 07]), entend témoigner du travail de Pierre Neuville, mené depuis les années 1970 et exposé dans le cours polycopié de 1984 à l'ENSSIB. S'y adjoignent les recherches de Daniel Parrochia depuis *Mathématiques et Existence* [PAR 91], livre dont la seconde partie, commentée par Pierre Neuville dans ([NEU 94], p. 114-115), étudiait déjà la « difficulté de classer », mais sans entrer vraiment dans le détail des questions mathématiques les plus difficiles. L'ensemble de la perspective n'a pas cessé d'être débattu entre nous depuis une trentaine d'années.

### **Remerciements**

Notre gratitude va d'abord à l'ensemble des personnes et institutions qui ont permis le développement de notre recherche pendant sa longue période de gestation, notamment l'ENSSIB, le CNRS, les Universités Lyon 1 et Lyon 3. Une mention particulière doit être adressée A. Miladi (INPG), premier lecteur de cet ouvrage, et qui nous a incités à bien distinguer les aspects philosophiques et mathématiques de la question. Pierre Neuville remercie aussi chaleureusement le mathématicien Alain Vérot, qui sut allier généralité et exactitude dans la déroutante et mobile continuité des classifications. Que François Dagognet, pionnier en matière classificatoire et qui a initié au moins l'un d'entre nous à ces problèmes, trouve également ici, une nouvelle fois, l'expression de notre reconnaissance. Enfin, nous remercions tout particulièrement Jean-Yves Béziau et les éditions Springer d'autoriser la publication de cet ouvrage, consacré à un thème voisin du livre déjà publié dans la collection « Studies in Universal Logic » (voir [PAR 13]).