
Avant-propos

Le principe de la dynamique énoncé par Isaac Newton en 1686 dans son traité *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* [NEW 90] introduit le caractère vectoriel des deux membres de cette loi, la force et la quantité d'accélération. Pour Newton et ses contemporains les notions de vecteur et de scalaire appliquées à des trajectoires rectilignes n'étaient pas si différentes. La composition des mouvements permettra d'étendre les mouvements dans le plan ou l'espace et Newton lui-même additionnera les forces (voir corollaires I et II des *Principia*).

L'établissement des équations du mouvement quelconque a été réalisé vers 1740 par Euler, Lagrange et Mac Laurin en introduisant la notion de directions fixes de l'espace où seraient rapportés les vecteurs, vitesse et accélération, sous forme de coordonnées. La mécanique moderne utilise encore les bases issues de ces concepts. On trouvera dans les ouvrages de Truesdell toute la genèse de cette mécanique à laquelle il a contribué de manière importante au siècle dernier en rapprochant les concepts de la mécanique à ceux de la thermodynamique qui s'est développée parallèlement jusqu'alors.

La vision de Newton que l'on pourrait croire restrictive est en fait remarquable ; il considérerait un vecteur comme un bipoint orienté, deux points reliés par un segment ; sa direction est dès lors bien définie. L'intensité du vecteur vitesse peut être alors calculée en introduisant la notion de temps. Une vision plus triviale et contemporaine peut être proposée en considérant une route reliant deux ronds-points : le conducteur d'un véhicule circulant sur cette route n'a pas la nécessité de connaître la direction du parcours à grande échelle, elle est fixée localement par la route elle-même. Jusqu'à l'arrivée au prochain rond-point sa direction sera celle de la route et sa vitesse sera calculée comme la distance entre les deux ronds-points sur le temps de parcours. L'arrivée au prochain rond-point sera l'occasion de poursuivre le parcours dans une direction par le choix de la sortie la plus appropriée. Ainsi la vitesse du véhicule sur la portion de route entre deux ronds-points peut être considérée comme la composante du

vecteur vitesse projeté sur la direction du segment de route. La vitesse moyenne sur le segment de route peut être calculée comme l'intégrale sur ce segment de l'accélération du véhicule. Par ailleurs les parcours sur plusieurs segments successifs s'ajoutent comme des vecteurs. A partir de ces considérations élémentaires il est possible d'élaborer une théorie discrète du mouvement basée sur le principe de Newton.

Dans un repère galiléen un point matériel isolé est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme et les lois de la mécanique sont invariantes par un changement de référentiel galiléen. Le mouvement de rotation uniforme sort, *a priori*, de la classe des référentiels galiléens dans la mesure où une force d'inertie liée à l'accélération centrifuge est présente. La validité du principe fondamental de la dynamique reste toutefois applicable à ce type de mouvement. Comme pour la gravité les forces centrifuges dérivent d'un potentiel scalaire qui compensent à tout instant et en tout point ces effets purement cinématiques. C'est le cas d'un objet ou d'une personne dans un manège soumis à la fois à des forces centrifuges et centripètes qui s'équilibrent exactement pour maintenir celui-ci immobile dans un référentiel tournant. Un observateur isolé à la surface de la Terre ne ressent pas les effets de la rotation de celle-ci. Ainsi, en présence d'une force dérivant d'un potentiel scalaire un référentiel galiléen peut être considéré comme un référentiel inertiel ; c'est le cas de la gravité si la masse volumique est constante. D'autres types de forces ne participent pas directement à une accélération, par exemple une goutte sphérique soumise à des forces capillaires dérivant d'un potentiel, la pression capillaire, ne sera pas soumise à des accélérations et se maintiendra en équilibre statique. Ainsi toutes les forces ne contribuent pas à la modification de l'état d'un système, certaines d'entre elles, celles qui dérivent d'un potentiel scalaire, sont exactement compensées par ce potentiel et l'accélération sera nulle. Dans le cas général une force dérive de deux potentiels, l'un scalaire et l'autre vectoriel, ce dernier étant seul responsable de l'accélération du milieu. Pour un système fermé en mouvement de translation uniforme ou en rotation uniforme l'énergie totale du système devra être conservée au cours de son évolution. Notamment s'il était initialement immobile il ne se mettrait pas spontanément en mouvement. Ce principe physique est à la fois un inconvénient et une chance ; les mouvements uniformes échappent à toute description par la loi de la dynamique newtonienne mais il permet « d'oublier » l'histoire cinématique du système en particulier de savoir d'où vient une particule dont on connaît la position actuelle. Par contre il est important de connaître l'histoire des contraintes accumulées par le système au cours de son mouvement pour pouvoir prédire ensuite la restitution de l'énergie éventuellement accumulée. La conséquence immédiate est que ces mouvements uniformes ne contribuent pas à l'accumulation de ces contraintes.

Dès lors la notion de référentiel absolu pour bâtir une représentation vectorielle n'est plus utile. La vitesse et l'accélération sont à la fois des vecteurs orientés et des scalaires qui représentent la mesure des vecteurs. Se pose alors la question du choix

du référentiel ; dans la mesure où le produit scalaire ne dépend pas de la base choisie le choix du référentiel n'a pas d'importance. Il sera possible d'exprimer l'ensemble des forces de la loi fondamentale de la dynamique uniquement avec les composantes de la vitesse définies sur chaque segment. Alors, même si le vecteur vitesse existe dans un certain référentiel, il n'est nul besoin de le représenter. De même la quantité d'accélération ne sera observée que par sa projection sur le segment considéré. Le théorème de Stokes nous fait espérer une telle possibilité ; le rotationnel d'un vecteur sur une surface est en effet égal à la circulation de ce même vecteur projeté sur le contour qui sous-tend la surface, c'est-à-dire la circulation de ses composantes. Celles-ci peuvent être considérées comme la projection géométrique de la vitesse qu'il n'est pas nécessaire de connaître.

Le caractère différentiel de la loi de la dynamique exclut d'emblée toute représentation du mouvement rectiligne uniforme. De même une rotation en bloc, uniforme, d'un milieu autour d'un axe ne doit pas générer d'accélération autre que celle correspondant à l'accélération centrifuge. Ces mouvements uniformes ne doivent donc pas apparaître dans l'établissement de l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Cette règle est l'une de celles qui permettront de dériver l'équation du mouvement. Pour ces états de repos ou de mouvement de translation ou de rotation uniforme (à un potentiel scalaire près) l'accélération est nulle. La définition de l'équilibre mécanique adoptée sera associée à tout mouvement qui satisfait la loi fondamentale de la dynamique où la quantité d'accélération sera égale à la somme des forces.

En mécanique des milieux continus toutes les quantités, vectorielles ou tensorielles sont réduites en un point après avoir été évaluées sur un volume de contrôle. Cette réduction s'accompagne d'une perte d'information sur la notion de direction ; la définition d'un vecteur ou d'un tenseur en un point exige alors d'introduire un référentiel pour en exprimer les composantes. Cette hypothèse de milieu continu sera abandonnée en revenant au bipoint et au segment. La conséquence est la disparition de la notion de tenseur et du cortège d'approximations et d'hypothèses qui l'accompagne comme le principe d'invariance matérielle qui est étroitement associé à la loi de comportement.

Le lien fort établi notamment par Truesdell entre la mécanique et la thermodynamique sera aussi remis en cause. La loi de comportement définissant les liens entre les sollicitations et les modifications mécanique ou thermique du milieu n'est en effet pas utile en tant que loi à part entière. La confusion entre lois de conservation, propriétés physiques et relations phénoménologique sera levée ; il y aura les lois de conservation vectorielle d'une part et les propriétés thermophysiques d'autre part. Celles-ci seront supposées connues en fonction des variables du problème mais les

lois d'état et lois de comportement rhéologiques ne seront pas utilisées pour calculer l'une de ces caractéristiques physiques.

Cette vision de la mécanique proche des concepts introduits par Newton par la géométrie est intitulée « Mécanique des milieux discrets ». Elle correspond simplement à une tentative pour revisiter les équations de la mécanique avec des notions de géométrie différentielle élémentaires.